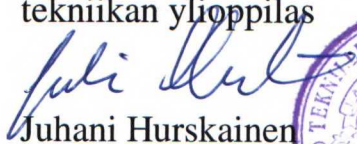


**Kajaanin kaupungin korkeusrunkoverkko. Verkon tasoitus sekä uuteen korkeusjärjestelmään siirtyminen.**

Diplomityö  
Teknillinen korkeakoulu  
Maanmittausosasto

Kajaani, elokuu 2005  
tekniikan ylioppilas

  
Juhani Hurskainen



Valvoja: Prof. Martin Vermeer  
Ohjaajat: Prof. Martin Vermeer  
DI Timo Soininen

**Tekijä:** Juhani Hurskainen**Työn nimi:** Kajaanin kaupungin korkeusrunkoverkko. Verkon tasoitus sekä uuteen korkeusjärjestelmään siirtyminen.**Päivämäärä:** 10.8.2005**Sivumäärä:** 39 + liitteet**Osasto:** Maanmittausosasto**Professuuri:** Maa-6. Geodesia**Pääaine:** Geodesia**Valvoja:** Professori Martin Vermeer**Ohjaajat:** Professori Martin Vermeer, TKK, DI Timo Soininen, Kajaanin kaupunki

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on tarkastella Kajaanin kaupungin korkeusrunkoverkon yhtenäisyyttä sekä luoda tasoituksen avulla kaupungille uusi pääluokan korkeusrunkoverkko. Lisäksi työssä paneudutaan korkeusjärjestelmän vaihtoon liittyviin kysymyksiin.

Työn keskeisimpänä osana on vuonna 2001 havaitun pääluokan korkeusrunkoverkon tasoitus. Tasoituksen tulosten avulla on pyritty uuden verkon luomisen lisäksi selvittämään epäilyjä verkon kunnosta. Työssä tuodaan esiin seikat jotka olivat osaltaan vaikuttamassa korkeusrunkoverkon tarkistukseen sekä uuden verkon luontiin.

Verkon havaitseminen digitaalisella vaatuskojeella oli ensimmäinen tässä laajuudessa suoritettu havaintotyö Kajaanissa. Kojeen käyttöä kenttätöissä ei oltu juurikaan testattu ja havaintomenetelmät tuli myös testata. Näin ollen työn yhtenä päämääränä oli osoittaa kojeen käyttökelpoisuus kenttätöissä.

Laskennan suorittaminen X-Position Local X –verkkotasitusohjelmalla oli samalla testi korkeusverkkojen tasoittamiseksi kyseisellä ohjelmalla. Referenssin saamiseksi verkko laskettiin myös Teknillisen korkeakoulun Geodesian laboratoriossa kehitetyllä korkeusverkkojen tasoitusohjelmalla D1.

Koska Suomessa ollaan tulevaisuudessa siirtymässä uuteen korkeusjärjestelmään, oli työn yhtenä päämääränä tutkia siirtymisen toteuttamiseksi tarvittavia toimenpiteitä kuntatasolla ja erityisesti Kajaanin kannalta. Erityisesti otetaan kantaa siihen mitä nyt saaduille korkeuksille tapahtuu korkeusjärjestelmää vaihdettaessa.

Työ on osa Kajaanin kaupungin koordinaatti- ja korkeusjärjestelmien uudistamisprojektia.

**Avainsanat:** korkeusjärjestelmä, korkeusverkko, tasoitus**Kieli:** suomi, tiivistelmä englanniksi

**Author:** Juhani Hurskainen

**Name of the thesis:** The primary network of heights of the city of Kajaani. Adjustment of the network and transition to a new height system.

**Date:** 10.8.2005

**Number of pages:** 39 + appendices

**Department:** Department of Surveying

**Professorship:** Maa-6. Geodesy

**Major subject:** Geodesy

**Supervisor:** Martin Vermeer, Professor

**Instructors:** Martin Vermeer, Professor, HUT, Timo Soininen, M.Sc., city of Kajaani

The purpose of this study is to examine the homogeneity of the network of heights of the city of Kajaani and through adjustment create new primary network of heights for the city. In addition questions related to transition to a new height system will be studied.

The main part of the study is the adjustment of primary network of heights which was observed in 2001. Using the results of the adjustment, we tried to examine probable errors in the existing network. Also some of the reasons for examination of the existing network and creation of a new network will be presented in this study.

The Observation of the network using a digital level was the first campaign in Kajaani on this scale. The digital level had hardly been tested at all in field work and the observation methods were to be tested too. Therefore one of the main purposes of this study was to show the suitability of the digital level for production work.

Using the X-Position Local X –network adjustment program to adjust the network of Kajaani was at the same time a test of using this software for adjusting height networks. To obtain the reference result, the network was adjusted as well using D1, a program for adjustments of networks of heights developed at the Department of Surveying of Helsinki University of Technology.

Because in Finland there will be a transition to a new height system, one part of the study was to examine actions needed to carry out this transition, from communal perspective and specifically that of Kajaani. Especially the question of use of the heights now obtained in the transition to the new system will be answered.

This study is part of the project to change coordinate and height systems in the city Kajaani.

**Keywords:** adjustment, height system, height network

**Language:** Finnish



## ALKUSANAT

Lukijan tulee ottaa huomioon, että paikoin tekstissä esiintyy hieman kärkevääkin arvostelua käytetystä laskentaohjelmistosta. Tämä johtuu ainoastaan turhautumisesta, eikä kaikkea kritisoimaani kannata ottaa aivan niin kirjaimellisesti. Toivon myös, että työstäni on apua ideoiden muodossa, mikäli olet ajantasaistamassa korkeusrunkoverkkoa.

Tämä työ on tehty Kajaanin kaupungille osana kaupungin koordinaatti- ja korkeusjärjestelmien ajantasaistamisprojektia. Haluankin kiittää Kajaanin kaupungin maankäyttöä sekä kaupungingeodeetti Timo Soinista avautuneesta mahdollisuudesta tehdä tämä työ. Kiitän myös työni valvojaa professori Martin Vermeeriä ja koko Geodesian laboratorion henkilökuntaa kannustuksesta jota sain koko projektin ajan. Suurimmat kiitokset osoitan vanhemmilleni sekä ystävilleni joiden vankkumaton usko työn valmistumiseen ei myöskään saa jäädä huomiotta.

Kajaani, elokuu 2005

Juhani Hurskainen



# SISÄLLYSLUETTELO

## TIIVISTELMÄ

## ABSTRACT

## ALKUSANAT

## TERMIEN SELITYKSIÄ

## SYMBOLIEN SELITYKSIÄ

<b>1</b>	<b>TAUSTAA.....</b>	<b>1</b>
1.1	Katsaus Kajaaniin.....	1
1.2	Korkeusverkon historiaa.....	2
1.3	Uuden verkon suunnittelu.....	2
1.3.1	Pisteiden valinta.....	3
1.3.2	Verkon suunnittelu.....	4
1.4	Verkon havaintotyöt.....	6
<b>2</b>	<b>VAAITUKSEN TEORIA.....</b>	<b>7</b>
2.1	Vaaitus teknisenä suorituksena.....	7
2.1.1	Vaaituskojeen asetukset.....	7
2.1.2	Vaaitustekniset rajoitukset.....	7
2.1.3	Digitaalisen vaaituskojeen ominaisuuksia.....	9
2.1.4	Muita vaaituksessa huomioitavia seikkoja.....	9
2.2	Virheteoria.....	10
2.2.1	Vaaituksessa esiintyvät virheet.....	10
2.2.2	Laskennassa esiintyvät virheet.....	12
2.3	Laskenta.....	12
2.3.1	Painotus.....	13
2.3.2	Tarkkuus.....	14
2.3.3	Datan esikäsittely.....	15
2.3.4	Tilastollinen testaus.....	16
2.3.5	Luotettavuus.....	17
2.3.6	Joen ylitys.....	19
2.4	Kalibrointi.....	21

<b>3</b>	<b>LASKENTA.....</b>	<b>23</b>
<b>3.1</b>	<b>Laskentaohjelmien esittely.....</b>	<b>23</b>
3.1.1	<i>X-Position Local X.....</i>	23
3.1.2	<i>D1 korkeusverkkojen tasoitusohjelma.....</i>	24
3.1.3	<i>Ohjelmien eroista ja yhtäläisyyksistä.....</i>	25
<b>3.2</b>	<b>Projektin perustamisesta.....</b>	<b>25</b>
<b>3.3</b>	<b>Datan esikäsittely.....</b>	<b>26</b>
<b>3.4</b>	<b>Käytetyt laskentaparametrit.....</b>	<b>26</b>
<b>3.5</b>	<b>Laskennan suoritus.....</b>	<b>27</b>
<b>3.6</b>	<b>Laskennan aikaiset poikkeavuudet.....</b>	<b>27</b>
<b>4</b>	<b>TULOKSET JA NIIDEN ANALYSOINTI.....</b>	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>Tulokset.....</b>	<b>29</b>
4.1.1	<i>Laskennan tulokset.....</i>	29
4.1.2	<i>Poikkeukselliset tulokset.....</i>	30
4.1.3	<i>Tulokset verrattuna aiempiin korkeuksiin.....</i>	30
<b>4.2</b>	<b>Tulosten analysointi.....</b>	<b>32</b>
<b>4.3</b>	<b>Kajaanin kaupungin korkeusverkkojen vertailu.....</b>	<b>32</b>
<b>5</b>	<b>SIIRTYMINEN UUTEEN KORKEUSJÄRJESTELMÄÄN.....</b>	<b>33</b>
<b>5.1</b>	<b>Korkeusjärjestelmän vaihdosta yleisesti.....</b>	<b>33</b>
<b>5.2</b>	<b>Muutos valtakunnan tasolla.....</b>	<b>33</b>
<b>5.3</b>	<b>Siirtyminen Kajaanin tapauksessa.....</b>	<b>34</b>
<b>6</b>	<b>JOHTOPÄÄTÖKSET.....</b>	<b>37</b>
	<b>LÄHDELUETTELO.....</b>	<b>38</b>
	<b>LIITTEET</b>	

## TERMIEN SELITYKSIÄ

**$\alpha$**  (alfa). Havaintojen testauksessa valitaan riskitaso ( $\alpha$ ), joka tarkoittaa riskiä hylätä hyvä havainto.

**$\beta$**  (beta). Havaintojen tilastollisen testin yhteydessä voidaan virheellinen havainto hyväksyä hyvänä havaintona. *Testin voimakkuus*  $\beta$  määrittelee sen todennäköisyyden jolla karkea virhe voidaan löytää havaintoaineistosta. Parametria käytetään verkon luotettavuuden ilmaisemisessa. Eri tasoitusprosessien välinen vertailu on helpompaa, mikäli vertailtavissa tasoituksissa  $\beta$ :n arvo on sama.

**Absoluuttinen tarkkuus** (mm), ilmaisee tasoitettujen korkeuksien tavoitetarkkuuden eli sen epävarmuuden joka pisteille jää tasoitusprosessissa. Absoluuttinen tarkkuus riippuu datumin (lähtöpisteen/-pisteiden) valinnasta.

**Jäännösvirhe** eli **residuaali**  $v_i$ . Tasoitetun ja havaitun arvon (kulma, etäisyys, koordinaatti, korkeus) välinen erotus.

**Kojeen tarkkuus**, ilmaistaan yksiköllä mm/ $\sqrt{\text{km}}$ , joka tarkoittaa edestakaisin vaaitun, kilometrin pituisen matkan keskivirhettä.

**Mittaryhmä**. Mittaryhmällä tarkoitetaan tämän työn yhteydessä kolmen hengen muodostamaa, mittauksia suorittavaa, ryhmää. Ryhmän jäsenet olivat Kajaanin kaupungin teknisen palvelukeskuksen palveluksessa olevia henkilöitä.

**Redundanssiluvut**, kertovat miten koko verkon ylimääritys eli *redundanssi* on jakautunut yksittäisten pisteiden kesken. Ne kertovat myös kuinka suuri osa kuhunkin havaintoon tulevasta karkeasta virheestä on näkyvissä havainnon jäännösvirheessä tasoituksen jälkeen.

**Referenssivarianssi** eli **painoyksikön varianssi**  $\sigma_0^2$ . Riippumaton vakio johon tasoituksesta saatua (a posteriori) referenssivarianssia  $\hat{\sigma}_o^2$  verrataan. Testaamalla a priori ja a posteriori variansseja, voidaan havaintojen sisältämiä virheitä ja tarkkuutta arvioida.

**Refraktio**, Maan ilmakehän alimpien kerrosten tiheyksien vaihtelusta aiheutuva mittaussäteen kulkua muuttava ilmiö, joka on otettava huomioon laskennassa, mutta myös mittauksissa. Refraktion vaikutusta voidaan pienentää etenkin trigonometrisessä korkeudenmäärityksessä samanaikaisilla vastakkaisilla havainnoilla. Vaaituksessa esiintyy vaaitusrefraktio, joka on seurausta erilämpöisten ilmamassojen liikkeistä maanpinnan läheisyydessä. Nämä ilmamassat taittavat valoa erilailla ja näin valonsäde taipuu erilailla ilmamassojen välillä.

**Sisäinen luotettavuus** (SL). Lasketun verkon kyky paljastaa karkeat virheet yksittäisissä havainnoissa tilastollista testausta käyttäen.

**Suhteellinen tarkkuus** (ppm, mm/km). Ilmaisee tasoitettujen korkeuksien suhteellisen tarkkuuden pistepareittain.

**Tuntematon parametri**  $x_i$ . Vaaitusverkon tapauksessa kyseessä on vaaitun pisteen korkeus.

**Ulkoinen luotettavuus** (UL). Suurimman vielä löytymättä jääneen karkean virheen, kuten kirjaamisvirhe, suurin mahdollinen vaikutus tasoitettuun koordinaattiin, vaaitusverkon tapauksessa korkeuteen.



## SYMBOLIEN SELITYKSIÄ

$w_i$  . Tilastollisen testauksen suure, joka saadaan jakamalla jäännösvirhe omalla keskivirheellään. Suure on  $N(0,1)$  -jakautunut.

$$\frac{v_i}{\delta_0 \sqrt{q_{v_i v_i}}}.$$

$\delta$  (**delta**). Epäkeskisyysparametri jota käytetään tilastollisen testauksen yhteydessä ja saadaan jakamalla karkea virhe sitä vastaavalla jäännösvirheen keskivirheellä. Karkean virheen sattuessa suure  $w_i$  on  $N(\delta,1)$  -jakautunut.

$$\delta = \frac{\nabla e_i}{\delta_0 \sqrt{q_{v_i v_i}}}.$$

$\chi_r^2$  -**jakauma**. Chi -toiseen jakauma:  $r$ -määrän riippumattoman  $N(0,1)$  -jakautuneen suureen  $\underline{w}_i$  neliöiden summan

$$\sum_{i=1}^r \underline{w}_i^2 \text{ jakauma.}$$

$\chi_{r,\delta}^2$  -**jakauma**. Epäkeskinen Chi -toiseen jakauma: siinä tapauksessa, että yhdessä  $w_i$  -suureessa on  $\delta$  -kokoinen karkea virhe.

# 1 TAUSTAA

Tämän luvun tarkoituksena on antaa lukijalle taustatietoja Kajaanin kaupungista perustamisesta nykypäivään sekä kaupungin korkeusrunkoverkon tilasta viimeisen noin 70 vuoden ajalta. Luvussa pyritään myös tuomaan esiin seikat jotka oleellisesti vaikuttivat uuden pääluokan verkon muodostamiseen. Lisäksi luodaan katsaus verkon suunnitteluun sekä varsinaiseen havaintotyöhön.

## 1.1 Katsaus Kajaaniin

Kainuu on asutukseltaan vanhaa. Ensimmäiset ihmiset tulivat Kainuuseen heti jääkauden jälkeen, yli 10 000 vuotta sitten. Kainuu ja Kajaani olivat pitkään hyvin harvaan asuttua korpimaata, mutta vuonna 1604, Ruotsin kuninkaan Kaarle IX:n määräyksestä, aloitettiin Kajaanin linnan rakentaminen rajaseudun asukkaiden turvaksi. Ensimmäinen rakennusvaihe saatiin valmiiksi 1619. Kajaanin kaupunki perustettiin vuonna 1651 kreivi Pietari Brahen (ks. kuva) toimesta, tämän saatua linnan läänityksenä Kuningatar Kristiinalta. Tuolloin Kajaanin väestö oli alle 400 henkeä ja vielä 1700 –luvun lopullakin vain 600 – 700. Linnaa vahvistettiin toisessa rakennusvaiheessa vuosina 1661 – 1666 ja tuolloin siitä muodostui vahva kokonaan kivistä rakennettu linnoitus. Linnan sijainti oli myös edullinen, sillä se sijaitsi luodolla keskellä Kajaaninjokea. Linna ehti seistä valmiina vain 50 vuoden ajan sillä Venäläiset räjäyttivät linnan 1716 viisivuokkoisen piirityksen päätteeksi.



**Kuva 1.** Tänäkin päivänä Pietari Brahe seuraa kainuulaisten elämää torin laidalla seisten. (Kuva JH).

Kajaanin linna toimi aikanaan rangaistus-siirtolana (vankilana) ja sen tunnetuimmat vangit ovat historioitsija Johannes Messenius sekä runoilija Lars Vivallius. Linna oli sotilaskäytössä ja sillä oli linnan päällikkö aina 1790 –luvulle asti.

Terva oli Kajaanin ja koko Kainuun tärkein tuote koko 1800 –luvun ajan. Tervaa kuljetettiin Kajaanin kautta Ouluun myytäväksi paikallisille tervaporvareille. Tervaa poltettiin aina Suomussalmen ja Kuhmon perukoilla josta se kuljetettiin veneellä Ouluun. Kajaanissa tervaveneitä odotti kaksi vaativaa koskea, Koivukoski ja Ämmäkoski.

Aluksi tervaveneet ohjattiin koskien läpi kaupungin asettamien ajajien toimesta. 1840 –luvun taitteessa alettiin rakentaa kosket ohittavia tervakanavia helpottamaan tervakuljetuksia. Kanavia käytettiin ensimmäisen kerran vuonna 1846.



1900 -luvun alussa puusta tuli tärkeä tuote Kajaanille, aluksi sahatavaran, myöhemmin paperin muodossa. Tuolloin perustettiin Kajaani oy, joka vuonna 1989 yhdistyi Yhtyneet paperitehtaat oy:öön (nyk. UPM-Kymmene). Vuosisadan alussa, 1904, kaupunkiin saatiin myös rautatie ja Kajaanista tuli varsin pian, mutta lyhyeksi aikaa, yksi Suomen vilkkaimmista asemista kuljetetuilla tonneilla mitattuna.

Tänä päivänä Kajaanin väkiluku on n. 35 700 henkeä. Kaupunki on tunnettu mittaus-elektroniikkaa kehittävästä yrityksistään sekä opettajankoulutusyksiköstään, jonne halutaan kauempaakin. Kajaani on myös tunnettu varuskuntakaupunki ja kaupungissa sijaitsee Suomen suurin joukko-osasto, Kainuun Prikaati, joka kouluttaa sotilaita Pohjois-Suomen olosuhteisiin.

## **1.2 Korkeusrunkoverkon historiaa**

Kajaanin kaupungin vanhan korkeusrunkoverkon, jatkossa käytän termiä *verkko* kun puhun korkeusrunkoverkosta, tila oli sikäli hyvä, että siinä ei ollut ilmennyt pahoja virheitä tai muita poikkeavuuksia. Vanha verkko oli muodostunut 1930 -luvulla tehdystä Kajaanin kaupungin pääluokan verkosta ja Kajaanin maalaiskunnan korkeusrunkoverkosta. Kajaanin kaupunki ja maalaiskunta yhdistyivät Kajaanin kaupungiksi vuonna 1977 minkä jälkeen Kajaanin kaupungin korkeusrunkoverkko on käsittänyt kymmenien vuosien aikana tehty eritasoiset vaaitukset. Suurempia ongelmia ei kuitenkaan ollut ilmennyt.

Kajaanin kaupungin, ennen kuntaliitosta, korkeusrunkoverkko jakaantui kahteen osaan keskustan kautta kulkevan junaradan molemmille puolille. Verkossa epäiltiin olevan senttimetriluokan poikkeama radan erottamien verkon puoliskoien välillä. Tämä oli vain epäily eikä mitään kouriintuntuvaa todistetta ollut. Tämän lisäksi ei ollut tiedossa miten verkon osat suhtautuivat toisiinsa. Epäily oli kuitenkin yksi uuden pääluokan verkon syntyyn johtaneista syistä. Muita syitä olivat yhtenäisen korkeusverkon muodostaminen sekä korkeuspisteiden inventaario ja kuntoarvio.

Maalaiskunnan puolella korkeusrunkoverkko oli muodostunut useasta eriaikaisesta ja eri tarkkuuden käsittävästä vaaituksesta. Vaaitusten tarkkuus on ollut parhaimmillaan noin 5 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ , eikä heikoimmista tarkkuuksista ole selkeää käsitystä. Tämä on varsin epätarkkaa ottaen huomioon, että käytössä on ollut tarkkavaaituskoje. Maalaiskunnan korkeusverkkoa ei oltu koskaan tasoitettu yhdessä tasoituksessa, mistä syystä olin kiinnostunut verkon osien välisestä yhteneväisyydestä (yhteensopivuudesta). Dokumentteja aiemmista yhteensopivuuden tutkimuksista ei kuitenkaan enää löydy, mikäli niitä on koskaan tehtykään. Myöskään maalaiskunnan ja kaupungin korkeusverkkojen yhteensopivuudesta ei ole minkäänlaista tutkimustulosta tallessa tai niitä ei ainakaan löytynyt.

## **1.3 Uuden verkon suunnittelu**

Uusi pääluokan verkko päätettiin suunnitella, kunhan saataisiin selvyys olemassa olevaan verkkoon kuuluvien pisteiden kunnosta. Tämän selvittämiseksi oli jokaisella pisteellä käytävä ja arvioitava pisteen nykyinen kunto. Jokaisesta pisteestä täytettiin arviokortti, joka oli suunniteltu tätä tehtävää silmälläpitäen, jossa arvioitiin pisteen kunto ja liikkumattomuus sekä pisteen saavutettavuus.



Kuntoarvio tehtiin asteikolla 1-10 ja pistemäärään vaikuttivat niin korkeuspultin kuin sijoitusalueen kunto. Mikäli piste oli silmin nähden liikkunut tai liikkumista epäiltiin, siitä laitettiin arviointikorttiin huomautus. Pisteiden saavutettavuutta arvioitiin asteikolla 1-5 ja tärkeimpänä tavoitteena oli löytää sellaiset pisteet joiden luokse pääsisi ilman valtavia ponnisteluja.

Verkon suunnittelun lähtökohtana oli saada jo rakennetulle alueelle tarkka ja yhteneväinen kiintopisteverkko. Samalla verkko ulotettiin myös alueille joille kohdistuu uudisrakentamisen painetta. Verkon pisteiksi valitut olivat olemassa olevia Kajaanin kaupungin korkeuskiintopisteitä.

### *1.3.1 Pisteiden valinta*

Verkon pisteiden valinta toteutettiin siten, että ensin karsittiin korkeuskiintopisteet joiden yhteispisteet olivat huonommat kuin 13. Käytännössä kunnoltaan 10 arvoinen piste jäi pois jos sen saavutettavuus oli 1 tai 2 ja toisaalta hyvin saavutettavissa ollut piste jäi pois jos sen kunto oli alle 8. Näin saatiin noin 450 korkeuskiintopisteen joukko, josta lopullinen valinta suoritettiin.

Uuteen verkkoon valittiin lopulta hyvin paljon kallioon perustettuja pisteitä, kun kävi selväksi, että maakiviin perustetut pisteet olivat monin paikoin liikkuneet. Kalliopisteiden suuri määrä ei toki ollut itse tarkoitus, mutta kalliopisteet sijaitsevat sellaisilla paikoilla, että niiden valitseminen verkkoon oli lähes itsestään selvää. Pelkät kalliopisteet eivät kaikkialla verkon alueella, etenkin keskustan alueella, riittäneet vaan verkkoon oli otettava myös sokkelipisteitä sekä maakivipisteitä lähinnä tasoittamaan pistevälien pituuksia. Mikäli olisi käytetty pelkkiä kalliopisteitä, olisi pisteväli venynyt paikoin useammaksi kilometriksi niilläkin alueilla joilla on tarvetta pisteille.

Verkkoon jääviä aukkoja paikattiin uusilla pisteillä jotka ensisijaisesti pyrittiin sijoittamaan kallioon. Tämä ei tosin onnistunut sillä mittaryhmä katsoi, että takeita kallion olemassa ololle, ennakkoon arvioiduissa paikoissa tai niiden lähistössä, ei ole. Mikäli takeita kallion olemassaolosta ei ollut, perustettiin piste rakennuksen sokkeliin, kun se oli mahdollista. Yksi uusista pisteistä perustettiin maakiveen, vaikka aiemmin olin tullutkin siihen johtopäätökseen, että se olisi varsin epäilyttävää. Kun tutkimme vaaituksesta vastaavan Kimmo Toivolan kanssa uusien pisteiden sijoituspaikkoja, löysimme maakiven johon uskoimme voivamme luottaa. Piste sijaitsi rinteessä jonka maapohja oli louhikkoa ja näin ollen pisteen liikkuminen olisi epätodennäköistä.

Uusia pisteitä oli kaikkiaan 12, joista yhtään ei siis saatu kallioon vaan jouduttiin turvautumaan seuraavaksi parhaimpaan vaihtoehtoon eli sokkeliin. Yksi pisteistä siis perustettiin maakiveen sijainnin tosin ollessa maakivipisteelle suosiollinen. Sokkelipisteet perustettiin vähintään viisi vuotta vanhojen rakennusten kivijalkaan. Tämä takaa uusia rakennuksia paremman liikkumattomuuden, sillä viisi vuotta vanhemmat rakennukset ovat ehtineet asettua paikoilleen.

### 1.3.2 Verkon suunnittelu

Verkon suunnittelun yksi ongelmakohta oli kaupungin halki virtaava joki, joka jakaa verkon kahteen osaan (ks. Kuva 2 sekä Liite 1). Joki on ollut myös rajana Kajaanin kaupungin ja maalaiskunnan välillä ja tämän vuoksi odotukset ongelmien ilmenemiselle olivat tällä rajalinjalla suuremmat kuin muualla. Joen ylityksen pystyy vaaitsemalla tekemään kolmessa kohtaa:

- ohitustien kohdalla maantiesillan tai rautatiesillan kautta
- keskustassa Koivukosken sillan,
- sekä linnan sillan kautta. (ks. Kuva 3).

Näiden lisäksi keskustassa vaaitukset on mahdollista viedä joen ylitse molempien siltojen läheisyydessä olevien vesivoimalaitosten patorakennelmien kautta. Kaikki sillat ovat rakenteiltaan betonisia. Lisäksi UPM:n tehdasalueen kohdalla on ponttonisilta, mutta se ei sovellu vaaitukseen.



**Kuva 2.** Ilmakuva Kajaanista. Kuvasta käy ilmi joen keskeinen sijainti kaupungissa. Kuvasta pystynee myös hahmottamaan, ainakin jollakin tasolla, joen leveyden. (© Kajaanin kaupunki).





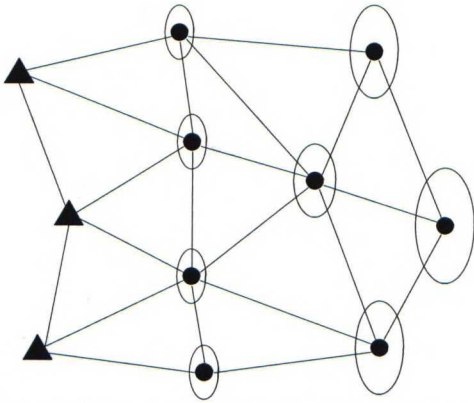
**Kuva 3.** Kajaanin linnanrauniot ja linnansilta. Joki on tässä kohdassa kapeimmillaan ennen kuin laskee Oulujärveen. (Kuva JH).

Joki on koko pituudeltaan varsin leveä, yli 50 metriä. Näin ollen suoria, joen ylittäviä, vaaitushavaintoja ei ollut mahdollista suorittaa. Joen ylitys päätettiin suorittaa em. betonisten siltojen kautta. Näiden lisäksi vaaitussuunnitelmaan lisättiin joen ylitys trigonometrasta korkeudenmäärittystä hyväksi käyttäen. Tämä sen vuoksi, että verkon pohjoinen puolisko ulottui kauas muista joenylityskohdista ja olisi näin ollen jäänyt ns. roikkumaan ilmaan. Tällä ratkaisulla joen pohjoispuoli ulottuu edelleen kauas sidoshavaintopaikoista.

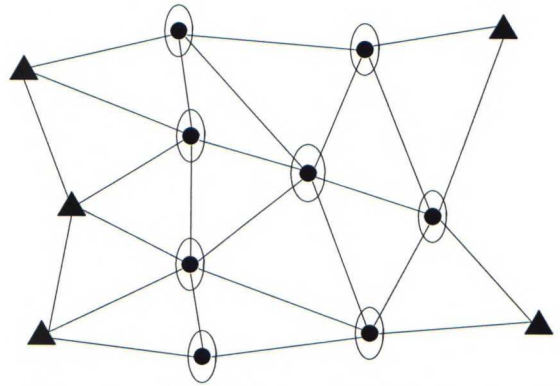
Verkon rakenne on sellainen, että valtaosa pisteistä on aivan ydinkeskustan alueella tai aivan sen välittömässä läheisyydessä useana muutaman kilometrin pituisena lenkkinä. Tätä tiivistä rypästä täydentää muutama haja-asutusalueelle ulottuva pitkä vaaituslenkki. Vaaittuja lenkkejä on 21, joista yksi hylättiin tasoituksessa, ja niiden yhteenlaskettu pituus on noin 116 kilometriä. Pisteitä pääluokan verkossa on 157 joista 12 uusia. Näin suunniteltu verkko on varsin laaja ja jättämällä pisimpiä lenkkejä pois olisi verkosta saatu tiiviimpi, mutta toisaalta näillä alueilla oli tarvetta tunnetuille korkeuspisteille.

Verkon rakenteessa on tasoituksen kannalta yksi huono puoli, nimittäin lähtöpisteistö sijaitsee verkon keskellä halkaisten sen kahteen osaan. Tämä ei ole etäisimpien pisteiden kannalta paras ratkaisu virheen kasautumisen vuoksi. Tähän oli kuitenkin tyydyttävä, sillä lähtöpisteitä ei ole muualla verkon reuna-alueilla. Tätä ongelmaa valottavat kuvat 4 ja 5.





**Kuva 4.** Huonolaatuinen verkko. Lähtöpisteet sijaitsevat vain verkon toisella reunalla. Virhe kasautuu verkon reunoille.



**Kuva 5.** Parempilaatuinen verkko. Lähtöpisteitä sijaitsee myös verkon reunoilla ja virhe ei pääse kasautumaan.

Kajaanin tapauksessa verkon pisteet jakautuvat tasaisesti lähtöpisteiden, valtakunnallisen pääluokan kiintopisteet, pohjois- ja eteläpuolelle. Verkon reunoilla ei sijaitse vastaavan luokituksen mukaisia kiintopisteitä, joita olisi voinut käyttää tasoituksen lähtöpisteistönä.

#### 1.4 Verkon havaintotyöt

Verkon havaintotyöstä vastasi Kajaanin kaupungin teknisten palveluiden oma henkilökunta projektipäällikkönä Kimmo Toivola. Hän myös toimi tehtävään nimitetyn mittaryhmän johtajana. Tämä sen vuoksi, että näin muut työt eivät sotkisi havaintojen suorittamista ja sen vuoksi, että näin toimien inhimilliset virheet luultavimmin minimoitaisiin. Havaintotyöt suoritettiin vuoden 2001 kesäkuun ja lokakuun välisenä aikana. Verkko vaaittiin Kajaanin kaupungin Zeiss DiNi 11 digitaalisella vaaituskojeella ja pääasiassa kahdella viivakoodilattalla.

Mittaryhmän koko oli aluksi kaksi henkeä ja kalustoa oli koje sekä yksi latta. Pian mittaryhmän koko kasvoi kolmeen henkeen ja samalla ryhmän kalustoon tuli yksi viivakoodilatta lisää. Joenylityksen havainnot tehtiin ensin kahdella Kajaanin kaupungin takymetrilla, mutta jouduttiin uusimaan huonon tarkkuuden vuoksi. Uudet havainnot tehtiin yhdellä, mutta tarkemmalla takymetrilla.

## 2 VAAITUKSEN TEORIA

Vaaitukseen ja vaaituksen laskentaan liittyy monia huomioitavia seikkoja. Tässä kappaleessa esitetään vaaitukseen, erityisesti digitaaliseen vaaitukseen liittyvää teoriaa ja käydään läpi vaaitusverkon tasoitukseen liittyviä huomion arvoisia asioita.

### 2.1 Vaaitus teknisenä suorituksena

Kappaleen tarkoituksena on selvittää digitaaliseen ja perinteiseen tarkkavaaitukseen liittyviä teknisiä seikkoja, jotka vaikuttavat saadun havaintoaineiston laatuun. Näiden lisäksi käsitellään mittaryhmän tekemiä kojeasetuksia sekä lämpötilan ja valaistuksen vaikutusta mittausten onnistumiseen ja tarkkuuteen. Pääpaino on kuitenkin digitaalisessa tarkkavaaituksessa Kajaanissa käytetyn digitaalisen vaaituskojeen vuoksi.

#### 2.1.1 Vaaituskojeen asetukset

Mittaryhmä sääti kojeen asetuksia siten, että tähtäyssäteen osuessa latan alueen 0.2 – 2.8 metriä ulkopuolelle, koje antoi varoituksen. Alueen ulkopuolelle osuvat tähtäykset voidaan kyllä hyväksyä erikseen ja ilmeisesti tämä oli lopulta aiheuttanut havaintojen laadun heikkenemistä. Asetuksena 0.2 – 2.8 metriä on tietysti oikein kun otetaan huomioon, että koje muodostaa lukeman 30 cm pituisesta osasta viivakoodilatan koodia. Koodi jakaantuu siis 15 cm tähtäyssäteiden vaakatason ylä- ja alapuolelle. Tämä asetus tietysti nopeuttaa työskentelyä, mutta se oli myös hyvin todennäköisesti monen pistevälin suurin yksittäinen virhe, etenkin kun virhettä etsiessä törmäsi havaintoihin joissa tähtäyssäde oli osunut korkeuksiin 0.15 – 0.20 metriä tai 2.85 – 2.95 metriä. Tämä varmistui kun tarkistusvaaituksissa sulkuvirheet sekä tasoituksessa jäännösvirheet pienenivät. [22].

Toinen asetus minkä mittaryhmä asetti kojeeseen, oli *staff difference* eli kahden eteen – taakse havainnon erotus. Tämä arvo olisi saanut olla niinkin korkea kuin 0.00040 m. Raja-arvon on esittänyt mm. Kahmen & Faig ([3]). Mittaryhmä halusi olla varmoja kojeen liikukumattomuudesta ja sen vuoksi asetti arvoksi ensin 0.00020 m ja myöhemmin 0.00008 m. Tämän he pystyivät tekemään ilman, että mittaukset kärsivät ja näin he saivat myös nopean varmistuksen kojeaseman stabiilisuudesta. [22].

Kolmas kojeeseen muutettu asetus oli *havainnon keskihajonta*. Tämä asetus määrittää kahden eteen tai taakse havainnon keskihajonnan. Raja-arvoksi mittaryhmä asetti mittausten alussa 0.00015 m jota he myöhemmin pienensivät, ensin 0.00005 metriin ja myöhemmin 0.00003 metriin. Asetuksen tarkoituksena oli tuottaa keskenään tarkkoja havaintoja, mikä näkyi joidenkin jonojen osalta monina uusittuina havaintoina tai asemapisteinä. Toisaalta tiukka raja on hyvä jotta tasoituksesta saadaan tarkkoja korkeuksia. [22].

#### 2.1.2 Vaaitustekniset rajoitukset

Erikoistyössäni olin tutkinut kirjallisuudesta vaaitustyössä huomioitavia seikkoja ja niistä eräs tärkeimmistä oli DiNi 11 kojeen suurin mahdollinen tähtäysetäisyys, jopa 100 m. Tarkkavaaituksessa suurin mahdollinen, vielä siedettävissä virherajoissa oleva,



tähtäysetäisyys on 40 m, minkä jälkeen virheen kasvu muuttuu lähes lineaarisesta liki eksponentiaalisesti. Mittaryhmä päätti kuitenkin pidättäytyä yli 30 m tähtäysetäisyyksistä, sillä varsinkin lämpimimpien päivien aikana lämpöväreily oli sen verran voimakasta, että 30 – 40 metrin tähtäysetäisyyksiin ei ollut mahdollisuuksia kojeen lopettaessa mittaamisen. Tarkemmin sanoen koje ei kyennyt muodostamaan korkeuslukemaa ilman väreilyn vuoksi.

Mittaryhmä teki myös havaintoja sateen vaikutuksesta mittausten suorittamiseen ja totesivat, että kevyt sade ei haittaa mittauksia lyhyellä ajanjaksolla. Pitemmän ajan kuluessa linssiin kerääntyvä vesi kuitenkin häiritsee mittauksia aiheuttaen jopa mittauksen keskeytymisen tai mikä pahinta virheellisen lukeman. Rankkasade tai sumumainen tiheys sade olivat mittausten kannalta niin rajoittavia, että mittaukset eivät onnistuneet käytännössä ollenkaan kojeen kieltäytyessä mittaamasta. Myös sateen jälkeen haihtuva vesi aiheutti ongelmia mittauksille ollen jopa lämpöväreilyä häiritsevämpi tekijä. [22].

Valaistus oli myös yksi ongelmia aiheuttanut tekijä. Vastavalo auringosta tai ohiajaviin autojen ajovaloista osoittautui kojeen kannalta ongelmalliseksi. Myös varjot ja varsinkin nopeasti muuttuvat varjot, esim. puiden oksat ja lehdet, olivat ongelma. Osan epätasaisista varjoista mittaryhmä kykeni eliminoimaan koko latan pituisella varjostuspahvilla. [22].

Valaistuksen vaikutusta Zeiss DiNi 12 kojeen toimintaan on tutkinut diplomityössään Panu Salo ([15]). Vaikka tutkittu koje on uudempi kuin Kajaanissa käytetty, on tulokset sovellettavissa kaikkiin digitaalisiin vaaituskojeisiin. Tutkimuksissa on samalla tutkittu myös taustan värityksen vaikutusta lukemaan. Taustan värityksellä ei ollut vaikutusta lukemien keskihajontaan ja valaistuksen vaikutuskin oli vain pientä. Suurempi tekijä keskihajonnassa on etäisyys. [15].

Salo on tutkinut diplomityössään myös varjojen vaikutusta lattalukemaan. Hänen tutkimuksissaan kävi ilmi, että yksittäinen teräväreunainen varjo saattaa aiheuttaa jopa 3 mm suuruisen virheen lattalukemaan. Lisäksi yksittäisen mustan koodiviivan keinotekoinen leveyden muuttuminen, varjon tai jonkin muun peittävän objektin vaikutuksesta, voi myös aiheuttaa 3 mm suuruisen virheen lattalukemaan. [15].

Valaistus on oleellinen osa digitaalista vaaitusta. Kojeen suorittama lukeman muodostaminen vaikeutuu nopeammin kuin mitä ihmissilmällä perinteisessä vaaituksessa. Valaistuksen vaikutusta ja latan näkyvyyttä on testattu myös laboratorio-olosuhteissa Wild NA 2000 digitaalisella vaaituskojeella. Näissä testeissä tuli ilmi, että myös vaalea tausta, kuten kirkas taivas, saattoi aiheuttaa mittauksen epäonnistumisen. Saman seikan on havainnut myös Maanmittauslaitos omissa mittauksissaan. [14].

Ruotsin maanmittauslaitos on tehnyt käytännön kokeita selvittääkseen Wild Na 2000 digitaalisen vaaituskojeen toimintaa lämpötilan vaihteluissa. Testit osoittivat, että kojeen kollimaatiovirhe muuttui ajan myötä ja mikäli lämpötilan tasaantuminen lyötiin laimin, oli virheen muutos vielä suurempi. Tästä johtuen etäisyydet lataan, eteen – taakse tähtäyksissä, on oltava hyvin tarkkaan samat. Vain tällä tavoin voidaan välttyä, jopa useiden millimetrin kymmenysten suuruisilta, kollimaatiovirheiltä. [14].

Panu Salo tutki omassa diplomityössään myös lämpötilan vaikutusta kollimaatiovirheeseen. Tehdyn kokeen tuloksista hän on tehnyt johtopäätökset:



- Lämpötila muuttaa Zeiss DiNi12 vaaituskojeen kollimaatiovirhettä systemaattisesti.
- Kokeessa saatu 5.9'' maksimiarvo kollimaatiovirheelle ei ole käytännön mittauksia ajatellen hälyttävä, sillä saatu virhe sopii tarkkavaaitukselle sallittuun varmuusväliin [-8'', +8'']. [15].

Se onko tutkimuksessa käytetty suurin lämpötila (noin 27 °C kuvasta luettuna) riittävä kollimaatiovirheen suurimman vaikutuksen tutkimiseen, jää arvailun varaan. Kesällä voi joinakin päivinä sopivissa olosuhteissa lämpötila olla paikallisesti yli 30 °C. Vaikutuksen suuruutta kollimaatiovirheeseen ei tutkimuksessa oltu arvioitu. Toisaalta varmuusvälin suuruus mahdollistaa korkeammatkin kojeen lämpötilat ilman tarkkuuden olennaista heikkenemistä.

### 2.1.3 Digitaalisen vaaituskojeen ominaisuuksia

Digitaalinen vaaitus ei poikkea perinteisillä tarkkavaaituskojeilla tapahtuvasta vaaituksesta muuten kuin, että varsinaisen latan lukemisen hoitaa koje. Havaitisijan tehtävänä on huolehtia siitä, että koje on pystytetty tukevasti ja suunnata kojeen kaukoputki kohti lattaa ja suorittaa tarkennus. Tarkennus vaaditaan, kuten itse luettaessa, jotta koje osaisi muodostaa korkeuslukemat sekä etäisyydet oikein ja näin ollen saadut lukemat olisivat niin virheettömiä kuin mahdollista. Tarkennuksen tekeminen on tärkeää, sillä muuten voi syntyä parallaksi-virhettä, joka aiheuttaa perinteisessä vaaituksessa korkeuslukemiin virhettä kojeen käyttäjän toimesta ja digitaalisessa vaaituksessa kojeen kuvanmuodostuksen prosessissa.

Zeiss DiNi 11 digitaalinen vaaituskoje kykenee muodostamaan korkeuslukeman 30 cm:n pituisesta viivakoodilatan osasta siten, että karkea paikanmääritys tapahtuu viivakoodin avulla. Tämän jälkeen hieno määrittäminen tapahtuu määrittämällä useita koodiviivojen musta-valkosiirtymiä joiden arvo on kojeen ohjelmistolle 0 tai 1. Näitä siirtymiä on 30 cm:n pituisella viivakoodin osalla vähintään 15 ja takaa näin ollen tarkkojen mittausten vaatiman tarkkuuden. Vain alle 6 m:n etäisyydellä tarvitaan lisäksi 2 mm leveät valkoiset tai mustat viivat. [14].

Koska koje muodostaa korkeuslukeman näin pienestä osasta latan koodia, niin jo 2 cm:n suuruinen peitto koodissa aiheuttaa virheilmoituksen. Tavallisesti koje muodostaa lukeman optiikan avautumiskulman keskusalueesta, minkä vuoksi isoja osia lattaa, aina tähtäyssäteen kohdalle asti, voi olla peitossa ilman, että virheilmoituksia ilmaantuu. [14].

Mittausvirheiden määrää voidaan rajoittaa kojeeseen asetettavien virherajojen avulla. Tässä on kuitenkin oltava varovainen, ettei mittausten tarkkuus kärsi liian väljien rajojen vuoksi. Tiukoilla rajoilla voidaan laskennassa välttyä ikäviltä yllätyksiltä, toisaalta tiukat rajat saattavat hidastaa mittauksia uusittujen havaintojen muodossa.

Kajaanissa mittauksia suorittanut mittaryhmä havaitsi, että tiukat asetukset aiheuttivat virheilmoituksia kun puuskittainen tuuli aiheutti hiusristikon heilumista. Tämä varmaan osaltaan hidasti työn etenemistä jonkin verran, mutta toisaalta näin mittaryhmä kykeni varmistamaan kojeaseman tukevuden. Tällä voidaan todennäköisesti myös pienentää laskennassa hylättävien pistevälien lukumäärää.



#### 2.1.4 Muita vaaituksessa huomioitavia seikkoja

Jotta mittaukset onnistuisivat, on havaitsijan tai havaitsijoiden oltava motivoituneita havaintojen suorittamiseen. Ludvik Hradilek onkin sitä mieltä, että on helpompaa opettaa havaitseminen oppimattomalle henkilölle kuin saada turhautunut havaitsija tekemään tarkkaa työtä. Kajaanin tapauksessa mittausporukka oli varmasti motivoitunut, sillä heidän pääasiallinen työkalunsa oli takymetri ja näin ollen vaaitus oli virkistävä poikkeus. Lisäksi kaikilla ryhmän jäsenillä oli halu saada tarkka vaaitusverkko Kajaaniin.

Vaaitustekniikassa itsessään ei ole sen ihmeellisempiä muutoksia. Sääolosuhteiden tulee olla riittävän hyvät, jotta havaintoja voidaan tehdä. Ei saa sataa liikaa eikä toisaalta voi olla liian kuumakaan. Tähtäysten tulee osua mielellään yli puolen metrin korkeudelle maanpinnasta refraktion vaikutusten pienentämiseksi. Kahmen ja Faig ovat tässä varsin ankaria sillä he sanovat, että tähtäysten tulee *aina* osua vähintään puolen metrin korkeudelle maanpinnasta ([3]). Refraktion vaikutus on sitä suurempi mitä lähempänä maanpintaa tähtäyssäde kulkee, mutta vaatimus, *aina*, voi olla joskus turhan rajoittava. Liian alas ei tähtäyksiä kuitenkaan ole syytä kohdistaa eikä mainitun rajan alle kohdistuvia tähtäyksiä tulisi käyttää kuin poikkeustapauksissa.

Yksi erityistä huomiota vaativa seikka digitaalivaaituksessa on perinteiseen tarkkavaaitukseen verrattuna: tähtäyssäde ei saa osua latan yläpäässä viimeisen n. 20 cm alueelle, sillä tämä vaarantaa kojeen korkeuslukeman muodostuksen. Sama raja on myös latan alapäässä, tosin tuo raja sisältyy edellä mainittuun puolen metrin sääntöön.

Kuten perinteisessä tarkkavaaituksessaakin, tulee eteen – taakse tähtäysetäisyyksien olla mahdollisimman tarkkaan samanpituiset. Tällä pystytään hyvin pitkälle eliminoimaan kojeen kompensattorista aiheutuvat virheet. Tähtäysetäisyydet eivät myöskään saa olla liian pitkät, n. 40 metriä on pisin etäisyys millä useiden digitaalisten vaaituskojeiden mittausvirheet ovat vielä hyväksyttävän pieniä, mutta tämän jälkeen kääntyvät jyrkkään nousuun. Tietysti maaston asettamat rajoitukset ovat ne jotka määräävät käytettävän tähtäysetäisyyden. Kahmen ja Faig asettavat tarkkavaaitukselle ehdon: tähtäysetäisyys ei saa ylittää 40 m kojeilla joiden optiikan suurennos on 40x eikä 30 m kojeilla joiden optiikan suurennos on 30x [3, s.365].

## 2.2 Virheteoria

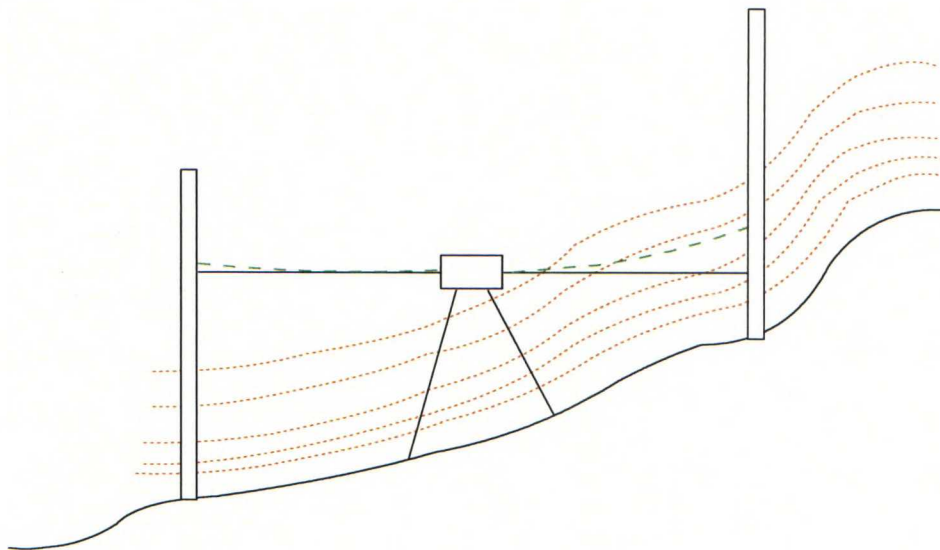
Vaaituksessa esiintyy useita virhelähteitä. Osa virhelähteistä on eliminoitavissa tai ainakin virheiden suuruutta voidaan rajoittaa. Virheet voidaan jakaa karkeasti kolmeen luokkaan: karkeat virheet, systemaattiset virheet sekä satunnaisvirheet.

### 2.2.1 Vaaituksessa esiintyvät virheet

Karkeita virheitä ovat pääasiassa inhimilliset virheet kuten: kirjaamisvirheet, kojeen pystytyksestä aiheutuvat virheet sekä tähtäysvirheet. Havaintotyö tulisi suunnitella siten, että karkeita virheitä ei muodostuisi, mutta jos näin käy, paljastuisivat ne jo havaintoja suoritettaessa. Mikäli karkeita virheitä kuitenkin pääsee mukaan laskentavaiheeseen, ne on jätettävä huomiotta. Tietysti voi käydä niin, että hylättävä havainto on tärkeä tasoituksen







**Kuva 7.** Vaaitusrefraktio. Maanpinnan läheisyydessä ilmakehän (punertavat maastonsuuntaiset pisteviivat) taitekertoimet vaihtelevat ja näin ollen Snelliuksen lain mukaisesti myös valo taittuu eri kerroksissa eri tavoin (vihreät katkoviivat).

Sääolosuhteet on tekijä jonka vaikutusta voidaan pienentää valitsemalla mittausajankohta sellaiseksi jolloin virheiden kasautuminen on vähäisintä. Lämpötila on yksi suuri systemaattisten virheiden lähde ja etenkin suoran auringonpaisteen vaikutus tulisi eliminoida varjostamalla koje sekä latta.

Satunnaisvirheet ovat havaintoihin jäljelle jääneitä virheitä kun havainnoista on poistettu karkeat ja systemaattiset virheet. Satunnaisvirheet jakautuvat arvoiltaan positiivisiin ja negatiivisiin ja niiden ideaalinen jakauma on normaalijakauma. Laskennassa satunnaisvirheiden suuruutta kuvataan niiden variansseilla joiden estimaatti voidaan laskea useampikertaisista mittauksista. [5].

### 2.2.2 Laskennassa esiintyvät virheet

Laskennassa esiintyy oikeastaan vain inhimillisiä virheitä laskijan muodossa. Laskijaan kohdistuvat virheet ovat:

- aineiston käsittely väärin eli lähinnä käyttämällä heikkoja havaintoja parempien sijaan.
- saatujen tuloksien tulkinta väärin, näin laskettava verkko ei saavuta asetettuja tavoitteita.
- väärin annetut laskentaparametrit, mistä aiheutuu virheellisiä tai ainakin puutteellisia tuloksia.

Myös käytettävä laskentaohjelmisto voi laskea väärin johtuen ohjelman virheellisestä rakenteesta joko ohjelmoinnin tai suunnittelun seurauksena. Esimerkiksi matriisien virheellinen käsittely voi aiheuttaa laskentaprosessin keskeytyksen tai antaa virheellisiä tuloksia. Myös digitaalisen aineiston tuontiin kehitetyt rutiinit saattavat olla laskennan virheiden taustalla, kuten tulen myöhemmin esittämään.

## 2.3 Laskenta

Laskennan tarkoituksena on tuottaa esikäsittellystä datasta, yleisesti käytetyllä, pienimmän neliösumman tasoitusmenetelmällä käyttökelpoisia koordinaatteja. Pienimmän neliösumman tasoitusmenetelmän periaatteena on ratkaista tasoituksen tuntemattomat parametrit (koordinaatit, muunnosparametrit) siten, että havaintojen jäännösvirheiden neliösumma on minimissään. Jäännösvirhe on  $v_i = \hat{y}_i - y_i$  missä  $\hat{y}_i$  on tasoitettu havainto ja  $y_i$  on alkuperäinen havainto. Kun jäännösvirheiden neliösumma  $\sum v_i^2$  on minimissä, havainnot poikkeavat tasoitetuista havainnoista mahdollisimman vähän. [5].

Jotta päästäisiin ratkaisemaan havaittua verkkoa, on havainnoista muodostettava stokastinen ja funktionaalinen malli. Stokastinen malli kuvaa havaintojen luonnetta eli painotusta ja tarkkuutta. Funktionaalisessa mallissa puolestaan esitetään havaintosuureiden ja tuntemattomien parametrien välinen suhde. Jotta verkko on ratkaistavissa, on havaintoja oltava vähintään yhtä paljon kuin on tuntemattomia. Tällöin saadaan yksikäsitteinen ratkaisu aikaiseksi, mutta mittaustulosten tarkkuuden ja luotettavuuden arvioiminen on vaikeaa. Tämän vuoksi olisi havaintoja syytä tehdä enemmän kuin ratkaisun saaminen edellyttää.

Pistevälien havaitseminen useaan kertaan antaa pistevälien korkeuseroille paremman tarkkuuden ja siten myös tasoitetuille pistekorkeuksille. Myös useampaa kautta kuljetetut vaaituslinjat antavat mahdollisuuden muodostaa riippumattomia korkeuseroja ja täten auttavat tarkempien korkeuksien tuottamisessa.

Pienimmän neliösumman tasoituksessa pyritään minimoimaan yhtälö  $v^T P v$ , missä  $v$  on tasoitettujen ja havaittujen arvojen erotuksista koottu residuaali- eli jäännösvirheidenvektori ja  $P$  on painomatriisi.  $v^T P v$  ratkaistaan muodostamalla minimoitava funktio ja derivoimalla se eli;

$$\begin{aligned} v^T P v &= (Ax - y)^T P (Ax - y) \\ &= x^T A^T P A x - y^T P A x - x^T A^T P y + y^T P y \end{aligned}$$

Kun edellä oleva yhtälö derivoidaan tuntemattomien,  $x$ , suhteen ja lasketaan nollakohdat, päästään välivaiheiden kautta muotoon:

$$A^T P A x = A^T P y.$$

Näin saatua yhtälöryhmää kutsutaan normaaliyhtälöksi. Normaaliyhtälön ratkaisu on muotoa:

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P y.$$

Ratkaisun avulla lasketaan residuaalivektori  $v$ , joka on tasoitettujen havaintojen  $\hat{y} = Ax$  ja alkuperäisten havaintojen  $y$  välinen erotus eli:

$$v = Ax - y$$

$x$ -vektoria merkitään myös  $\hat{x}$ -merkillä, jotta varmasti huomattaisiin kyseessä olevan tasoitetut eli estimoidut arvot.

### 2.3.1 Painotus

Painotuksen tarkoituksena on kohdistaa kasautunutta virhettä etäisyyden funktiona kaikille havaituille pisteväleille. Ideana on kohdistaa enemmän virhettä pidemmille pisteväleille sillä



näillä väleillä on todennäköisemmin myös kasaantunut enemmän virhettä. Ratkaisuvektoreiden kannalta painoilla ei kuitenkaan ole kovin suurta merkitystä. Enemmän merkitystä on ratkaisun saannin jälkeisessä tarkkuusanalyyssissä.

Vaaitusverkossa havaintoina ovat pistevälien korkeuserot. Jos yhden eteen – taakse havainnon varianssi on  $m_{i,i+1}$  ja mikäli havainnot on suoritettu samalla tarkkuudella, voidaan pistevälin varianssi lausua lattavälien varianssien summana

$$m_{\Delta H}^2 = \sum_{i=1}^n m_{i,i+1}^2, \text{ missä } n \text{ on lattavälien lkm.}$$

Koska painot ovat kääntäen verrannollisia variansseihin, niin vaaitusverkon painot ovat kääntäen verrannollisia vaaittuihin matkoihin. Kun painokerroinmatriisin  $Q$  ja painomatriisin  $P$  välillä on relaatio  $P = Q^{-1}$ , on  $Q$  muotoa:

$$Q = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_n \end{bmatrix} \text{ ja täten } P \text{ on muotoa } P = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{s_n} \end{bmatrix}. \text{ [5].}$$

Etäisyyksiin kääntäen verrannollinen painotus on perinteinen vaaitusverkoissa käytetty painotusmenetelmä. Toinen painotusmenetelmä, jota käytetään korkeusverkkojen tasoituksessa, on etäisyyden neliöön kääntäen verrannollinen painotus. Se on kuitenkin ennen kaikkea trigonometrisen korkeudenmäärittelyn laskennassa käytetty painotusmenetelmä.

Alkuperäisistä, toisistaan riippumattomista, havainnoista johdetut havainnot eivät välttämättä enää ole toisistaan riippumattomia. Tämän vuoksi verkkoa uudelleen tasoitettaessa, ei painomatriisi ole enää diagonaalinen, vaan uudessa tasoituksessa painomatriisi lasketaan edellisestä tasoituksesta saatua tasoitettujen parametrien kovarianssimatriisia hyväksi käyttäen. Johdetun painokerroinmatriisin ja painomatriisin laskemiseen käytetään satunnaisvirheiden kasautumiskaavaa:

$$Q_{johd} = JQ_{alkup} J^T \text{ ja näin ollen}$$

$$P_{johd} = (JQ_{alkup} J^T)^{-1}, J \text{ on Jacobin matriisi. [5].}$$

### 2.3.2 Tarkkuus

Tarkkuudella on englanninkielisessä kirjallisuudessa kaksi eri sanaa *accuracy* ja *precision*. Precision sanaa käytetään kun puhutaan moninkertaisten havaintojen keskinäisistä poikkeamista. Accuracy puolestaan tarkoittaa havaintojen poikkeamaa todellisista arvoista. [5].

Ennen tasoitusta voidaan havaintojen tarkkuutta arvioida monella eri tavalla. Yksittäisiä havaintoja voidaan arvioida yhden havainnon keskihajonnan tai otoskeskihajonnan avulla. Yksittäisen havainnon tarkkuus määritellään seuraavasti:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon^2}{n}},$$

missä  $\varepsilon$  on ”tunnettu virhe” eli  $\varepsilon = \mu - y$  ja  $n$  on havaintojen lukumäärä ( $\mu$  tunnettu,  $y$  havaittu) eli kyseessä on *accuracy*.

Yleensä tunnettu arvo ja virhe ovat tuntemattomia tekijöitä. Tällöin käytetään yksittäisen havainnon arvioimiseen otoskeskihajontaa:

$$s = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n - u}},$$

missä  $\sum v^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2$ ,  $\hat{y}_i$  on havainnon  $i$  estimaatti ja  $(n - u)$  on ylimääritys eli redundanssi. Kyseessä on siis *precision*.

Myös yksittäisen pistevälin vaaituksen tarkkuutta voidaan arvioida sen keskihajonnan  $\sigma_L$  avulla;

$$\sigma_L = \sigma_\varepsilon \sqrt{L/2z},$$

kun  $z$  on keskimääräinen tähtäysetäisyys ja  $L$  pistevälin kokonaispituus, saadaan:

$$\sigma_L = \sigma_\varepsilon \sqrt{n},$$

missä  $n$  on kojeasemien lukumäärä vaaitulla pistevälillä,  $\sigma_L$  on pistevälin keskihajonta ja  $\sigma_\varepsilon$  on yhden lattavälin keskihajonta. [3].

Silmukalle, joka muodostuu  $i$  erillisestä jonosta ja on pituudeltaan  $\sum L_i$ , voidaan laskea sulkeuman residuaalin  $r$  avulla keskihajonta kilometriä kohti seuraavasti:

$$\sigma = \frac{r}{\sqrt{\sum L[km]}}.$$

Tämä ei kuitenkaan ole tilastollisesti kovinkaan kätevää, vaan parempi menetelmä on laskea kilometrikohtainen keskihajonta lenkin jonojen (pistevälien) residuaaleja hyväksi käyttäen. Tällöin saadaan:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \frac{\sum r^2}{\sum L[km]}},$$

missä  $n$  on jonojen lukumäärä lenkissä. [3].

*Esimerkki.*

Kajaanin vaaituksen lenkki numero 7 sisältää seuraavat jonot:

Pisteväli	Residuaali [mm]	Vaaittu etäisyys [m]
829 – 832	0.17	217.47
832 – 831	0.26	342.93
831 – 546	1.15	631.46
546 – 565	0.36	213.89
565 – 542	0.38	225.41



Jonojen residuaalien neliösummat ja pituuksien summat ovat 1.693 mm<sup>2</sup> ja 1.631 km. Näistä tiedoista laskien lenkin 7 kilometrikohtainen keskihajonta on 0.45561 mm.

Koko vaaitusverkko: 20 lenkkiä joiden residuaalien neliösumma on 270 mm<sup>2</sup> ja lenkkien yhteenlaskettu pituus 115.3816 km. Näistä laskien kilometrikohtainen keskihajonta on 0.669172 mm.

### 2.3.3 *Datan esikäsittely*

Vaaituksella saatu data esikäsitellään ennen laskennan aloittamista. Aineisto käydään tiedosto tiedostolta läpi ja näin varmistutaan siitä, että kaikki tarpeellinen aineisto on saatu havaittua. Esikäsitellyllä havaittu aineisto saatetaan varsinaisen laskennan tarvitsemaan muotoon.

Datan esikäsitelyyn kuuluu myös aineiston laskenta vapaana verkkona. Tällä tutkitaan verkon rakennetta ja ennen kaikkea havaintojen laatua. Kun tasoituksesta paljastuu poikkeavia arvoja, havaitaan nämä pistevälit uudestaan ja uusi havaintoaineisto lisätään laskenta-aineistoon.

Esikäsitelyssä etsitään verkosta huonot havainnot tai oikeammin pistevälit, sillä virheen paikallistaminen yksittäiseen korkeuseroon on vaikeaa. Toisaalta yksittäisen korkeuseron virheen korjaaminen on käytännössä mahdotonta, sillä yhden havainnon korjaaminen edellyttäisi täydellistä tietoa kojeen asemasta (korkeus, sijainti) sekä lattojen sijainnista. Tietojen pitäisi olla millin sadasosien tarkkuudella ja havainnon rekonstruktion pitäisi tapahtua samalla tarkkuudella, mikä on käytännössä mahdotonta.

Edellä esitetyn kaltaisten virheellisten pistevälien etsintään siis käytetään vapaan verkon tasoitusta. Verkko on vapaa kun sen määrittely tapahtuu vain havaintojen avulla. Tällöin verkon sijainnista, orientoinnista ja mittakaava ovat määrittelemättömiä tai ainoastaan osittain määriteltyjä.

Ratkaisemalla verkko virheyhtälötasoituksena, saadaan havaintojen residuaalit ratkaistua. Residuaalien avulla voidaan tutkia verkkoa ja arvioida pistevälien havaintojen hyvyttä. Huonoiksi osoittautuvat pistevälit havaitaan uudelleen ja vain todella huonot pistevälit korvataan kokonaan uusilla havainnoilla, muuten uudet havainnot liitetään osaksi tasoitusprosessia.

### 2.3.4 *Tilastollinen testaus*

Kappaleen teksti perustuu pääosin Local X –ohjelman ohjekirjaan.

Tilastollinen testaus tapahtuu siten, että ensin testataan referenssivarianssi. Testi suoritetaan neliöllisen Chin –testillä ( $\chi^2$ ), jossa tutkitaan ovatko etukäteen arvioitu (a priori)  $\sigma_0^2$  ja tasoituksesta saatu (a posteriori)  $\hat{\sigma}_0^2$  referenssivarianssi tilastollisesti yhtäsuuret. Testisuureen

$$\chi_r^2 = \frac{r \cdot \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$$

arvoa verrataan taulukkoarvoon ja nollahypoteesi (varianssit yhtäsuuria) hylätään, mikäli laskettu testisuure alittaa tai ylittää annetun taulukkoarvon. Kaavassa esiintyvä  $r$  on vapausasteiden lukumäärä eli havainnot – tuntemattomat.

Mikäli varianssit poikkeavat toisistaan, tutkitaan onko tasoituksesta saatu varianssi pienempi tai suurempi kuin arvioitu referenssivarianssi. Tutkittaessa vaikkapa sitä onko suurempi, asetetaan sitä koskeva väittämä vastahypoteesiksi ja nollahypoteesi hylätään, mikäli testisuure ylittää annetun taulukkoarvon.

Mikäli toinen edellä esitetyistä hypoteeseista hylätään, eivät jotkut havainnoista tehdyt oletukset pidä paikkaansa annetulla riskitasolla  $\alpha$ . Syitä tähän voivat olla:

- Alkuperäiset havainnot eivät ole normaalijakautuneita.
- Havainnoissa on karkeita virheitä.
- Havaintojen arvioitu tarkkuus on väärä.

Referenssivarianssien testauksen jälkeen tutkitaan karkeiden virheiden olemassaolo. Karkeiden virheiden testauksen tarkoituksena on löytää aineistosta havainnot, jotka eivät sovi yhteen, tilastollisesti, muun aineiston kanssa. Kun oletetaan jäännösvirheen odotusarvon olevan nolla, saadaan testisuureeksi

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_o \sqrt{q_{v_i v_i}}}$$

joka on normaalijakautunut ja sen keskihajonta on yksi  $w_i \approx N(0,1)$ . Testissä tutkitaan, eroaako kukin jäännösvirhe tilastollisesti merkittävästi nolasta. Nollahypoteesi (jäännösvirheen odotusarvo on nolla) hylätään, mikäli laskettu testisuureen arvo ylittää normaalijakauman mukaisen taulukkoarvon.

$$H_0 : v_i = 0$$

$$H_1 : v_i \neq 0$$

Tämä testi tunnetaan nimellä Data Snooping.

Usein joudutaan käyttämään tasoituksesta saatua (estimoitua) referenssivarianssia. Tällöin testisuure

$$\hat{w}_i = \frac{v_i}{\hat{\sigma}_o \sqrt{q_{v_i v_i}}}$$

ei noudatakaan enää normaalijakaumaa vaan on Tau -jakautunut. Nollahypoteesi (jäännösvirheen odotusarvo on nolla) hylätään, mikäli testisuure ylittää Tau -jakauman mukaisen taulukkoarvon eli

$$|\hat{w}_i| > \tau_{1-\alpha/2, r}.$$

### 2.3.5 Luotettavuus

Verkon luotettavuuden mittarina voidaan käyttää keskimääräistä redundanssia eli ylimääritystä, joka saadaan kaavasta:

$$r = \frac{n - u}{n},$$

missä  $n$  on havaintojen määrä ja  $u$  tuntemattomien eli parametrien määrä.



Tästä seuraa, että mitä suurempi on verkon keskimääräinen ylimääritys, sitä parempi on verkon rakenne. Redundassin perusteella voidaan päätellä, jäännösvirheeseen sisältyvän, havainnon todellisen virheen koko.

Mikäli epäillään, että havainnossa on karkea virhe, voidaan sen kokoa arvioida jäännösvirheen avulla. Arvioidun virheen suuruus saadaan jakamalla jäännösvirheen vastaluku  $-v_i$  paikallisella ylimäärityksellä  $r_i$ :

$$\hat{\nabla}e_i = \frac{-v_i}{r_i}.$$

Testisuureeseen  $w$  vaikuttaa havaintovirhe, jonka vaikutus voidaan laskea kaavalla:

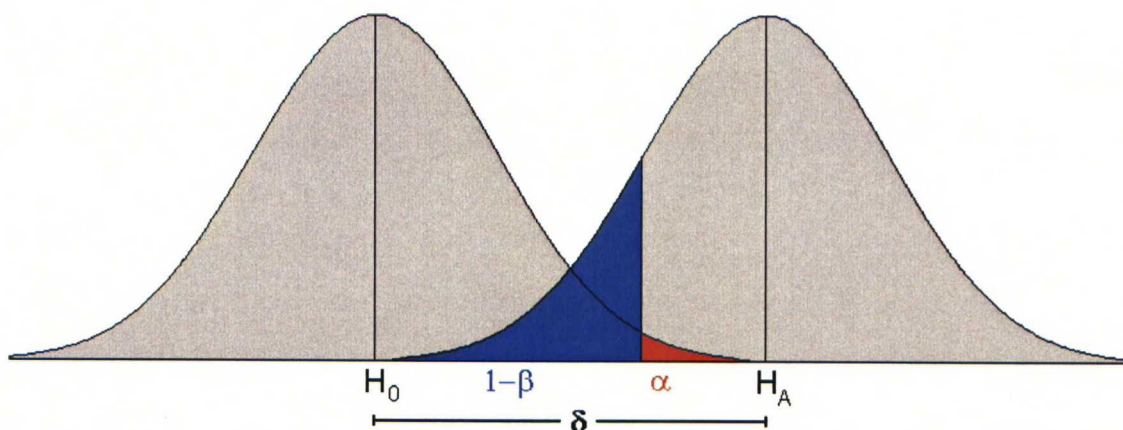
$$\delta_i = \nabla w_i = \frac{\hat{\nabla}e_i}{\hat{\sigma}_{l_i}} \sqrt{r_i},$$

missä  $\hat{\sigma}_{l_i}$  on havainnon keskivirhe. Havaintovirhe siirtää todennäköisyysjakauman tiheysfunktioita. Havainnoille voidaan muodostaa kaksi hypoteesia, toinen ”hyville” ja toinen ”huonoille” havainnoille, vastaavilla  $w_i$ - sekä  $\hat{w}_i$ -jakaumilla:

$$H_0 \approx N(0,1)$$

$$H_A \approx N(\delta, 1)$$

Symbolia  $\delta_i$  kutsutaan epäkeskisyysparametriksi ja sen laskukaava on esitetty yllä. Epäkeskisyysparametrin suhde hypoteeseihin käy ilmi kuvasta 8.



**Kuva 8.** Epäkeskisyysparametri  $\delta$  :n suhde hypoteeseihin  $H_0$  ja  $H_A$ . Nollahypoteesi  $H_0$  esittää virheettömien ja vastahypoteesi  $H_A$  virheellisten havaintojen jakaumaa. Jakaumat on skaalattu siten, että niiden keskivirhe on 1. Kuvassa esiintyvät  $\alpha$  ja  $\beta$  on selitetty termien selitysosassa. (Kuva X-Position Local X -käyttöohje).

Jakaumien perusteella on mahdollista tehdä seuraavat oikeat päätökset:

- Hyväksytään nollahypoteesi kun havainnossa ei ole karkeaa virhettä. Eli virheetön havainto hyväksytään virheettömänä.
- Hyväksytään vastahypoteesi kun havainnossa on karkea virhe. Eli virheellinen havainto hylätään virheellisenä.

Koska havainnot sisältävät aina satunnaisvirhettä, voidaan virheettömät havainnot hylätä virheellisinä sekä hyväksyä virheelliset havainnot virheettöminä.

X Position -ohjelmissa on käytössä seuraava menettely karkeiden virheiden testaamisessa:

- Suuret karkeat virheet pyritään löytämään ja poistamaan tarkistuksilla ennen tasoituksen suorittamista.
- Mikäli referenssivarianssin testi hylätään, on karkeiden virheiden testi Tau-jakauman mukainen, muussa tapauksessa käytetään normaalijakaumaa eli Data Snooping -testiä.
- Testien virheelliset havainnot esitetään käyttäjälle jonka vastuulle jää näiden havaintojen hylkääminen eli ohjelma ei poista mitään itsestään.

Oikeastaan ohjelmassa ei poisteta havaintoja vaan ne merkitään hylätyiksi havainnoiksi. Näin menetellen voidaan jälkikäteen tarkastella myös hylättyjen havaintojen jäännösvirheitä ja ottaa havainnot takaisin tasoitukseen mikäli virheen paikallistaminen olisikin epäonnistunut.

Yksi olennainen osa tilastollista testausta on luotettavuuslukujen laskenta. Luotettavuus käsite jakautuu *Ulkoiseen luotettavuuteen* ja *Sisäiseen luotettavuuteen*. Kun havaintovirheen todellinen vaikutus testisuureeseen korvataan epäkeskisyyssparametrilla, saadaan virheelle alaraja kaavalla:

$$\nabla_0 e_i = \sigma_{l_i} \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}.$$

Saatua arvoa suuremmat havaintovirheet löydetään todennäköisemmin kuin asetetut testisuureen riskitasot määrittävät. Saatua arvoa kutsutaankin havainnon *Sisäiseksi luotettavuudeksi* ja sitä voidaan käyttää havaintojen kontrolloitavuuden mittarina. Tarkastelemalla kaavaa voidaan havaita, että ylimäärityksen koko vaikuttaa tilastollisen testauksen kykyyn tunnistaa karkea virhe. Pieni ylimääritys aiheuttaa sen, että karkean virheen tulee olla suuri, jotta testi kykenisi paljastamaan virheen. Jotta erilaisten havaintotyyppien (kulma, etäisyys, korkeusero) välinen vertailu olisi mahdollista, on näiden havaintojen sisäiset luotettavuudet muutettava vertailukelpoisiksi (normalisointi):

$$\nabla I = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}.$$

Tätä lukua kutsutaan kontrolloitavuustekijäksi ja sitä käytetään sisäisen luotettavuuden mittalukuna (SL).

Ulkoisen luotettavuuden tunnuslukujen laskenta on monimutkaisempi. Karkeat havaintovirheet, jotka jäävät tunnistamatta sisäisen luotettavuuden laskennassa, vaikuttavat kaikkiin lopputuloksiin. Sijoittamalla arvioitu karkea virhe normaaliyhtälösystemin oikeanpuoleiseen osaan, voidaan arvioidun karkean virheen vaikutus laskea seuraavalla kaavalla:

$$\hat{\nabla} x_i = (A^T P A)^{-1} A^T P \cdot \hat{\nabla} e_i,$$

Suurin arvo antaa havainnon empiirisen herkkyysluvun. Parametrien herkkyysluvut ilmaisevat yksittäisten havaintovirheiden suurimman mahdollisen vaikutuksen parametrin arvoon. Korvaamalla edellisen kaavan arvioidut virheet  $\hat{\nabla} e_i$  sisäisen luotettavuuden arvoilla päästään muotoon:

$$\nabla_0 x_i = (A^T P A)^{-1} A^T P \cdot \nabla_0 e_i.$$



Suurin arvo antaa empiirisen ulkoisen luotettavuuden luvun. Normalisointi antaa ulkoisen luotettavuuden luvut:

$$\nabla U_i^p = \frac{\nabla_0 x_i^p}{\sigma_{x_p}},$$

missä  $p$  on tutkittava parametri.

Ulkoisen luotettavuuden luvut ovat luotettavuusanalyysin kannalta tärkeimmät tunnusluvut, sillä ne ilmaisevat tunnistamatta jääneiden virheiden vaikutusta laskettuihin parametreihin. Ulkoinen luotettavuus toimii myös mittarina verkon kyvyllä sietää häiriötekijöitä.

### 2.3.6 Joen ylitys

Kajaanissa toteutettiin yksi joen ylitys minkä tarkoituksena oli kytkeä joen erottamat verkon osat paremmin toisiinsa. Ylitystä ei voitu suorittaa vaaituskojetta käyttäen vaan se toteutettiin kahdella takymetrillä havaitsemalla pystykulmia ja mittaamalla vinoetäisyyksiä. Tähän ratkaisuun päädyttiin Kajaaninjoen leveyden takia. Toinen vaihtoehto olisi ollut konsultoida Geodeettista laitosta pyytämällä heiltä mittaus. Mittaryhmä tiedusteli tätä mahdollisuutta Mikko Takalolta joka totesi, että huolellisesti toteutettu takymetrimittaus olisi aivan riittävän luotettava. Toisaalta tilattu mittaus ei olisi taloudellisesti kannattava eikä tuottaisi sellaista aineistoa joka oleellisesti poikkeaisi mittaryhmän tekemistä mittauksista.

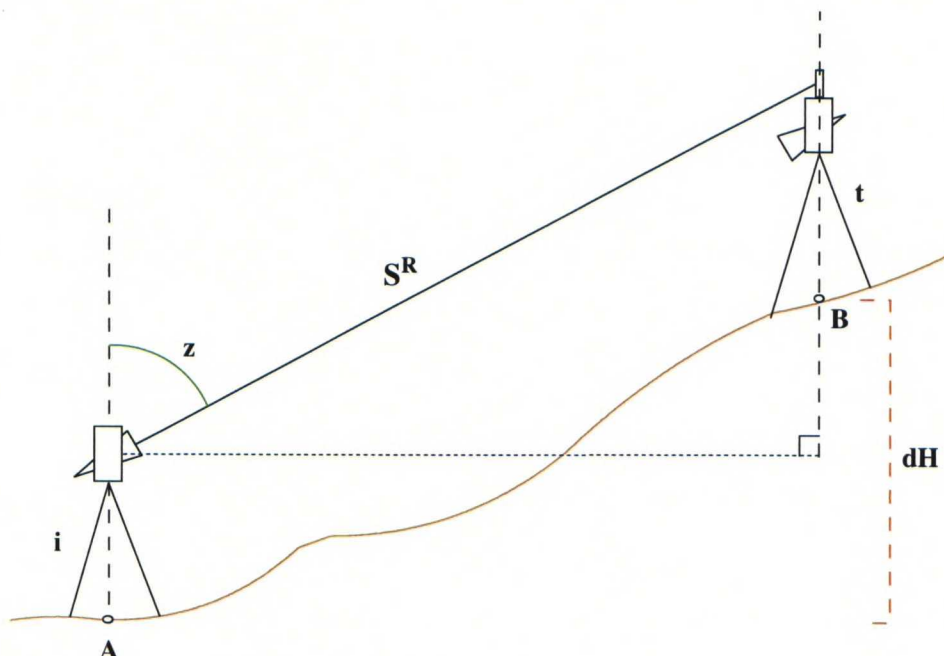
Joen ylityksessä on, virheiden kannalta, omat riskinsä. Vesi on elementtinä sellainen, että se aiheuttaa havaintoihin virhettä enemmän kuin kuivalla maalla suoritettut havainnot. Virhettä aiheutuu veden haihtumisesta ja sen aiheuttamasta pystysuuntaisesta ilman liikkumisesta.

Trigonometrinen korkeus ( $H_B$ ) pisteelle  $B$  lasketaan seuraavien perusyhtälöiden avulla:

$$H_B - H_A = dH = S^R \cos z + i - t$$

$$\Rightarrow H_B = H_A + S^R \cos z + i - t$$

, missä  $S^R$  on pisteiden  $A$  ja  $B$  välinen vinoetäisyys,  $i$  on kojeen korkeus pisteellä  $A$  ja  $t$  on tähyksen korkeus pisteellä  $B$ , vrt. Kuva 9.



**Kuva 9.** Trigonometrinen korkeuden määrittäminen.

Mittaukset suoritetaan molemmista suunnista ja tämän jälkeen lasketaan pisteiden välinen korkeusero tasoituslaskun periaatetta noudattaen. Kajaanissa haluttiin päästä vielä perinteistä trigonometristä korkeudenmäärittäystä, jossa kojeet sijaitsivat mitattavilla pisteillä, parempaan tarkkuuteen joten mittaukset suoritettiin vaaituslattan avulla. Korkeus siirrettiin joen kummallakin puolella takymetriin havaitsemalla korkeuskiintopisteellä olevaa tarkkavaaituslattaa neljästä eri korkeuslukemasta (0.5, 1.0, 2.0 ja 2.5 metrin kohta) sekä mittaamalla kojeen ja latan välinen etäisyys, vrt. Kuva 10 seuraavalla sivulla.

Korkeuden siirrossa käytettävä menetelmä on sama kuin trigonometrisessa korkeudenmäärittäyksessä, jossa latan korvaa tehtävään suunniteltu hiilikuituinen mittatanko. Tämän jälkeen kojeilla havaittiin joen ylitse pakkokeskistysalustaan laitettua tähystä vuorotellen kaksi kertaa neljän sarjana molempiin suuntiin. Korkeuskulmien lisäksi mitattiin kojeasemien välinen etäisyys kaksi kertaa neljän sarja yhteen suuntaan.

Laskenta tapahtuu seuraavia kaavoja käyttäen:

$$d \cos z_i = l_i - h,$$

missä  $l_i$  ovat lattaan ennalta sovitut mittauskohdat ja  $z_i$  havaitut pystykulmat

Olettamalla, että  $l_i$  on tarkasti mitattu, voidaan edellä esitetty yhtälö linearisoida ja saadaan:

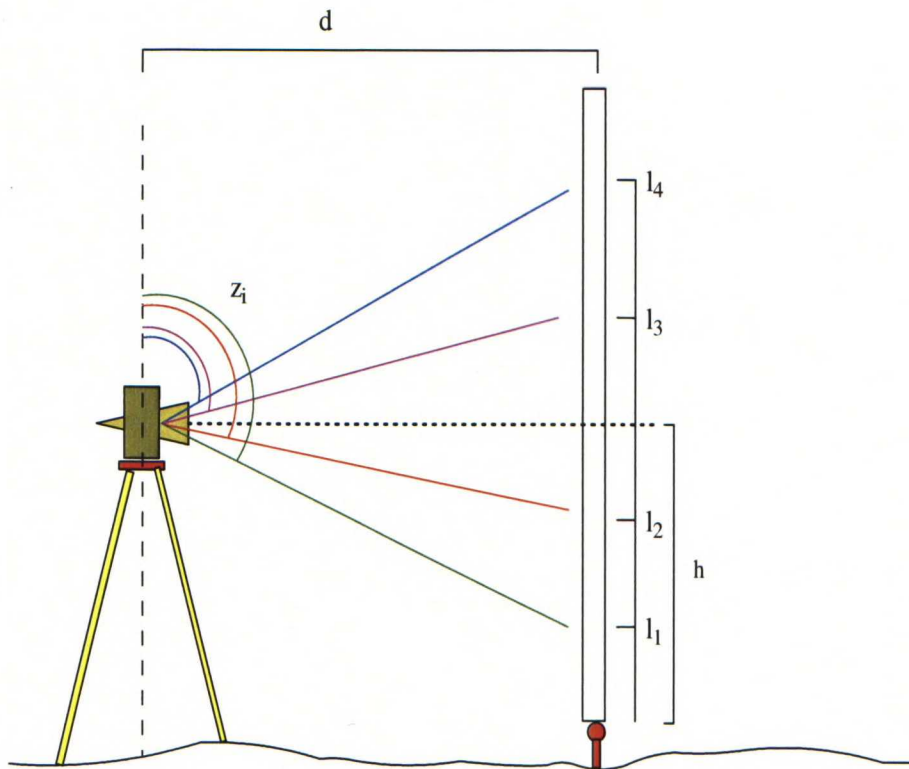
$$\Delta d \cos z_i - d \sin z_i \Delta z_i = \Delta h$$

Tästä päästään muotoon:

$$\Delta z_i = \frac{\Delta h - \Delta d \cos z_i}{-d \sin z_i} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{d \sin z_i} & \frac{\cot z_i}{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta d \end{bmatrix}$$

Kun  $l = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4]^T$  ja  $x = [\Delta h \ \Delta d]^T$  sekä  $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{d \sin z_i} & \frac{\cot z_i}{d} \end{bmatrix}$  voimme ratkaista  $\Delta h$  ja  $\Delta d$ . [26].





**Kuva 10.** Korkeuden siirto takymetriin vaaituslattiaa käyttäen. Menetelmä on sama kuin trigonometrisessä vaaituksessa.

Ensimmäiset havainnot olivat epävarmoja joten mittaryhmä päätti uusia havainnot käyttäen yhtä, tosin tarkempaa, takymetria. Tähän mittaryhmä kysyi neuvua Mikko Takalolta ja sai varmistuksen mittausten tarkkuudelle. Havainnot suoritettiin joen molemmilta puolilta.

Koska kojeen ja latan välinen etäisyys on lyhyt, myös joen ylitykseen nähden, ei refraktion aiheuttamaa vaikutusta tarvitse huomioida. Myöskään joenylityksen laskennassa ei tarvitse käyttää refraktion huomioivia kaavoja, sillä etäisyys jää alle 300 metrin ja vastakkaiset havainnot olivat lähes samanaikaiset.

## 2.4 Kalibrointi

Kalibrointi on tarkkuuden kannalta olennainen osa mitä tahansa mittausprosessia. Koska nykyaikaisessa vaaituskojeessa on paljon jalostunutta elektroniikkaa ja optiikkaa, on tärkeää että voimme tarkistaa kojeen antamat mittaustulokset. Myös lattojen mittaviivojen paikat on tunnettava tarkasti, jotta voimme korjata saamiamme havaintoja lähemmäksi oikeita. Tätä varten on Geodeettisessa laitoksessa (GL) sekä Teknillisen korkeakoulun Maanmittausosastossa mahdollisuus suorittaa kojeen ja lattojen kalibrointi.

Latat kalibroidaan joko pysty- tai vaaka-asentoisella lattakomparaattorilla. Tarkan pituuden mittaamiseen käytetään laserinterferometriä, jolla saavutettava pituuden mittauksen tarkkuus on  $0.022 \mu\text{m}$ . Komparaattorin tarkkuus on kuitenkin heikompi, johtuen muista virhelähteistä ja korjauksista, ollen noin  $0.5 \mu\text{m}$ . Latan kalibrointi tapahtuu siten, että latasta mitataan kappaleessa 2.1 esitettyjä viivakoodin viivojen reunojen etäisyyksiä latan pohjasta lukien. Viivojen välinen etäisyys saadaan viivojen paikkojen keskinäisistä eroista. Johtuen monista

tekijöistä, kuten jakoviivojen laadusta, lattakehikon suoruudesta, jne. saavutetaan kalibroinnin epävarmuudeksi  $\pm 1 - 5$  ppm. [19].

Perinteinen vaaitusjärjestelmä kalibroidaan tarkistamalla koje ja latta tai latat erikseen. Digitaalisessa vaaituksessa järjestelmän toiminnan takaamiseksi halutulla tavalla on suoritettava järjestelmä- eli systeemikalibrointi. Systeemikalibroinnissa järjestelmän, koje sekä latat, antamaa tulosta verrataan laserinterferometrillä saatuun tulokseen. Systeemikalibroinnin tarkoituksena on tuottaa järjestelmälle mittakaava johon havaintoja sitten voidaan verrata sekä tutkia havaintojen käyttäytymistä ja arvioida järjestelmän epävarmuutta [18].

Mittaukset suoritetaan siten, että lattaa siirretään aina saman verran, esim. 25 mm, ja tallennetaan molempien laitteiden lukemat korjauksen määrittystä varten. Suorittamalla mittaukset koko latta-asteikon pituudella saadaan korjauskäyrä, johon sovitettu regressiosuora antaa digitaalisen järjestelmän mittakaavan. Jotta latan kalibroinnista saadaan varmasti tarkka, suoritetaan mittaukset kolme kertaa alhaalta ylös ja takaisin. Mittauksen aloituspistettä muutetaan noin 8 mm ensimmäisen ja toisen palaavan mittauksen jälkeen.

Geodeettisessa Laitoksessa käytetään kahta pilaria jotka sijaitsevat 3 ja 8 metrin etäisyydellä latasta. Tämä sen vuoksi, että jotkin kojeet, kuten Zeiss DiNi digitaaliset vaaituskojeet, vaihtavat laskentamenetelmää 6 metrin etäisyydellä. Systeemikalibroinnin tavoitteena on saada korjaus jokaiselle lattelukemalle sekä etsiä epänormaaleja korjauksia. Kalibrointi tuottaa 1. asteen polynomisovituksen, digitaalisen vaaituskojeen mittakaavan joka on saadun regressiosuoran kulmakerroin, sekä mahdollisuuden tarkastella kalibroinnin epävarmuutta. GL:n systeemikalibroinnin epävarmuus on  $4.1 \mu\text{m}$  ja laajennettu epävarmuus  $8.2 \mu\text{m}$ . [19].

Systeemikalibroinnin tuottama korjauskäyrä poikkeaa usein lattakalibroinnin tuottamasta. Syitä ei ole juuri tutkittu, mutta ero lieenee seurausta systeemikalibroinnin lähes viisi kertaa suuremmasta epätarkkuudesta. Toisaalta lattakalibroinnissa mitataan aina vain yhtä viivaa kerrallaan, kun systeemikalibroinnissa mittauksen kohteena on viivaryhmä. Yksi iso virhelähde saattaa olla kojeen kompensattori joka varsinkin tärinän vaikutuksesta aiheuttaa hallitsematonta virhettä. Toinen virhelähde on latan valaistuksessa, tätä voidaan tosin jollain tasolla hallita varjostimilla.

Systeemikalibrointi on hyvä työkalu digitaalisen mittausjärjestelmän mittakaavan määrittämiseen, mittakaavan kontrolloimiseen sekä digitaalisen vaaituskojeen käyttäytymisen tutkimiseen. [19].



### 3 LASKENTA

#### 3.1 Laskentaohjelmien esittely

Laskenta toteutettiin X-Position Local X –verkkotasoitushjelmalla. Ohjelman käyttöliittymä on graafinen ja selkeä. Projektien perustaminen onnistuu helposti, mutta tietojen tuonti olisi voitu toteuttaa hieman helpommaksi. Ohjelman tarkkuudesta ja luotettavuudesta ei Geodesian laboratorion henkilökunnasta kenelläkään ollut minkäänlaista tietoa joten samalla päätettiin tutkia myös ohjelman luotettavuus. Tämä tapahtui laskemalla verkko laboratorion omalla vaaitusverkkojen laskentaohjelmalla D1.

##### 3.1.1 *X-Position Local X*

X-position Local X –verkkotasoitushjelma oli allekirjoittaneelle tuntematon laskentaohjelma, jonka korkeusverkon tasoitusominaisuuksista ei geodesian laboratorion henkilökunnallakaan ollut kokemusta. Näin ohjelman opettelu jäi yksin allekirjoittaneen harteille. Aiemmasta kokemuksesta olisikin ollut hyötyä, sillä ohjelman toiminnassa oli sellaisia piirteitä joiden välttäminen olisi säästänyt aikaa ja muutenkin helpottanut työntekoa.

Näitä ominaisuuksia olivat tiedostojen tuonti laskentaohjelmaan sekä Zeissin DiNi havaintotiedostoformaatin puutteellinen käsittelytapa. Näistä havaintotiedostoformaatin virheellinen käsittely aiheutti eniten päänvaivaa, sillä virheen löytäminen vaati yhden työpäivän verran ylimääräistä työtä. Virheen laatu oli sellainen, että havaintotiedostossa ollut hylätylle havainnolle tarkoitettu merkki # aiheutti sen, että ohjelma luki kyseiset havainnot mukaan vaikka sen olisi pitänyt hypätä kyseinen rivi ylitse. Tämä ohjelman toiminnassa ollut virhe aiheutti kymmenien senttien, jopa metrien suuruisia virheitä tasoitukseen.

Tiedostojen tuonti oli puolestaan aluksi ongelma, sillä ohjelma oli rakennettu siten, että jokainen havaintotiedosto oli haettava erikseen. Kun havaintotiedostoja oli noin 200, olisi se merkinnyt saman verran erillisiä tiedoston tuontejä. Tämä oli ensimmäinen varsinainen hidastava tekijä, minkä seurauksena oli havaintotiedostoja yhdisteltävä siten, että yhden lenkin jonot muodostaisivat yhden tiedoston.

Formaattiongelma ilmeni vasta tiedostojen tuontiongelman jälkeen ja aiheutti sen, että jokainen muodostettu uusi tiedosto oli käytävä uudelleen läpi ja jokainen hylätty havainto ja asemapiste oli poistettava käsin. Tästä aiheutui myös yhden päivän verran ylimääräistä työtä virheen löytämisen lisäksi.

Ohjelman käyttäminen oli helppoa, sillä suuri osa toiminnoista oli toteutettu hiiritoimisiksi. Oikeastaan heikoimmin toteutettu toiminto oli koordinaattien vienti. Tämä toiminto aiheutti sen, että korkeudet kyllä korjattiin korkeustiedostoon, mutta samalla katosi sijaintitieto eli  $x$ - ja  $y$ -koordinaatit. Tietysti vika voi olla käyttäjässäkin, mutta ongelma oli sikäli häiritsevää, että laskenta ei onnistunut, mikäli korkeuspisteille ei ollut tiedossa ainakin karkea sijaintitieto. Tarkistussoitto X-Position –ohjelmien kehittäjätaholle (Inpho) paljasti sen, että ohjelmien kehitystyö on loppunut jo vuonna 2000. Näin ollen käytetty ohjelmaversio on lopullisessa muodossaan, eikä vikoja paikkaavia korjauksia ole saatavilla. Soitto paljasti myös sen, että koordinaattien vientiongelma on hyvin todennäköisesti kiinni käyttäjästä.

3.1.2 D1 korkeusverkkojen tasoitusohjelma

Vaikka ohjelman käytettävyys on nykyisten mittapuiden mukaan hidasta sen tekstipohjaisuuden vuoksi, on ohjelma todettu luotettavaksi ja tarkaksi ja sillä on laskettu useita verkkotasoituksia hyvällä menestyksellä. Täten D1 tarjosi hyvän vertailupohjan arvioitaessa Local X –ohjelman tuottamia tuloksia. Ohjelman tekstipohjaisuus ei vaikuta laskennan suorittamiseen ja käyttäminen on sinänsä varsin jouhevaa ja nopeaa. Oikeastaan hitain osa ohjelman käytössä on tarvittavien tiedostojen luominen, mikä joudutaan tekemään käsin.

Ohjelmassa on laskettaviin pisteisiin kohdistuva rajoitus, minkä vuoksi sillä ei voi laskea verkkoja joissa on enemmän kuin 180 pistettä. Kajaanin korkeusverkon tapauksessa tämä ei ollut ongelma, sillä pisteiden määrä jäi selkeästi alle tuon rajan.

Ohjelman toiminnan kannalta tärkeitä tiedostoja ovat nimi.lk sekä nimi.het. Nimi on oletusarvoisesti projektin nimi, mutta se voi olla jokin muukin. Näistä tiedostoista .lk -päätteinen tiedosto sisältää tunnettujen pisteiden numerot sekä niiden tunnetut korkeudet. Tiedostoon voi myös sisällyttää tuntemattomien pisteiden numerot sekä niiden likiärvot. Tiedostot joilla on .het –pääte sisältävät tunnuksen, lähtöpisteen sekä sulkupisteen numeron, vaaitun pistevälin korkeuseron, vaaitun matkan kilometreinä ja mikäli pisteväli on vaaittu edestakaisin myös vaaitusten välisen eron. Tiedostojen formaatit on havainnollistettu Taulukko 1:ssä.

**Taulukko 1.** D1 –ohjelmassa tarvittavien tiedostojen formaatit.

nimi.lk	[tuntemattomia/piste] [pistenumero] [korkeus]				
	esim.				
	1		1234		123.456
nimi.het	[tunnus] [mistä] [mihin] [korkeusero] [vaaittu matka]				
	esim.				
	5	1234	5678	-5.2356	2.34567
	tai				
	[tunnus] [mistä] [mihin] [korkeusero] [vaaittu matka] [kaksinkertaisten mittausten ero]				
	esim.				
	5	1234	5678	-5.2356	2.34567 0.01055

D1 –ohjelma tuottaa tulostiedostoina nimi.d1r sekä nimi.krd nimiset tiedostot. Näistä .d1r –päätteinen tiedosto on ohjelman tuottama raporttiedosto, joka sisältää tunnetut pisteet, laskettavat pisteet, tasoitetut korkeuserot, jäännösvirheet, painoyksikönkeskivirheen sekä tasoitetut korkeudet. Tiedostoon .krd kirjoitetaan tasoitettujen pisteiden numeron, tasoitetun korkeuden sekä tasoituksen jälkeen tuntemattomien koordinaattien lukumäärän.



### 3.1.3 Ohjelmien eroista ja yhtäläisyyksistä

Kun keskitytään ohjelmien sisäisiin eroihin ja yhtäläisyyksiin on yksi ero heti nostettava esiin. D1 –ohjelma ei käytä kojeelle minkäänlaisia arvoja, joten kojeen tarkkuus voi periaatteessa olla mitä vain. Näin ollen ei välttämättä ole selvää, ovatko havainnot huonot vain onko vika kojeessa. Toinen ero on käsiteltävän verkon laajuus. Kuten aiemmin jo mainittiin, D1 rajoittaa laskettavien pisteiden määrän 180:een, mutta Local X:ssä tätä rajoitetta ei ole. Tällä ei tosin ollut merkitystä D1 –ohjelman käyttöön verkon koon vuoksi.

Toinen iso ero oli havaintojen käsittelyssä, sillä D1 –ohjelma käytti laskennassa ainoastaan havaitun pistevälin korkeuseroa ja etäisyyttä Local X:n käyttäessä kaikkia käytössä olleita havaintoja.

Tulostiedostot olivat sisällöiltään hyvin paljon samankaltaiset. Molemmat sisälsivät tasoitetut korkeudet keskivirheineen sekä tasoitetut korkeuserot jäännösvirheineen. Local X –ohjelman raportointi tosin oli kattavampi testien, arvioitujen jäännösvirheiden sekä luotettavuuslukujen takia. D1 –ohjelma tuottaa korkeudet vakioarvoisesti neljän desimaalin tarkkuudella kun Local X –ohjelmassa desimaalien määrän voi valita. Vertaamalla ohjelmien tuottamia korkeuksia keskenään ei ollut havaittavissa mitään poikkeuksellisia eroja vaan laskettujen korkeuksien erot olivat millimetrin kymmenyksien suuruisia. Näin ollen saatiin varmuus Local X –ohjelman tarkkuudesta myös geodesian laboratorion henkilökunnan keskuudessa.

D1 –ohjelmalla lasketun verkon tulostiedostossa on yksi sellainen arvo, jota Local X –ohjelmassa ei esiinny, nimittäin painoyksikön keskivirhe. Tämä tarkoittaa estimaattia kilometrin pituisen edestakaisen vaaituksen keskivirheelle. Painoyksikön keskivirheeksi tuli 1.66 mm, täyttäen 3. lk:n vaaituksille asetetun vaatimuksen.

## 3.2 Projektin perustamisesta

Projektin perustaminen itsessään oli helppoa. Vain muutama hiiren painallus ja perusasetusten laittaminen kohdalleen oli kaikki mitä tarvittiin. Tiedostojen tuonti oli ensi alkuun ongelma, sillä ohjelman silloisessa versiossa ei ollut Zeissin tiedostoformaatin lukemiseen tarkoitettua ohjelman osaa. Tämä korjaantui kun laboratorioinsinööri Dan Häggman pyysi X-Positionilta kyseisen ohjelman osan.

Laskentaohjelma käyttää laskennassa kaksia parametreja; koje- ja laskentaparametreja. Näistä kojeparametrit käsittää vaaituksen osalta ainoastaan yhden parametrin, kojeen tarkkuuden joka ilmaistaan seuraavasti:

- Kojeen tarkkuus  $\text{mm}/\sqrt{\text{km}}$ , joka tarkoittaa kilometrin pituisesta edestakaisesta vaaituksesta saatua korkeuseron keskivirhettä.

Jäljempänä esitettävillä parametreilla on myös varoitusarvo joka voidaan asettaa suuremmaksi kuin varsinainen parametriarvo. Varoitusarvon tarkoituksena on ilmoittaa hylkäysrajaa lähestyvistä arvoista. Varoitusarja ei siis hylkää laskennassa mitään arvoja vaan ilmoittaa, että jokin arvo lähestyy hylkäysrajaa johon on siis syytä kiinnittää huomiota.

Laskentaparametreja on useampia ja niitä käytetään tarkkuuden tavoitetason saavuttamiseen sekä tilastollista testausta ja luotettavuusanalyysiä varten. Laskentaparametrit ovat:



**Taulukko 2.** Local X –tasoitusohjelmassa käytettävät laskentaparametrit.

PARAMETRI	KUVAUS
$\alpha$ (alfa)	Käytetään mm. karkeiden virheiden tunnistuksessa
$\beta$ (beta)	Käytetään luotettavuuden tunnuslukujen laskentaan. Sen arvo on todennäköisyys, että luotettavuuslaskennan pohjaksi oletettu karkea virhe löytyisi tilastollisessa testauksessa.
redundanssiluvut	kertovat miten koko verkon ylimääritys eli redundanssi on jakautunut yksittäisten pisteiden kesken
absoluuttinen tarkkuus (mm)	ilmaisee tasoitettujen korkeuksien tavoitetarkkuuden
suhteellinen tarkkuus (ppm, mm/km)	ilmaisee tasoitettujen korkeuksien suhteellisen tarkkuuden pistepareittain

### 3.3      **Datan esikäsittely**

Kun aineisto oli lopulta saatu käsiteltyä, voitiin verkko tasoittaa vapaana verkkona. Aivan aluksi ilmeni, että laskentaohjelma ei oikein hyväksynyt liian tarkkaa kojetta. Tai oikeammin ohjelma kyllä hyväksyi, mutta ilmeisesti kojeen tarkkuus ei ole niin hyvä kuin tehdas ilmoittaa. Kun kojeen tarkkuuden parametrina käytettiin aluksi tehtaan ilmoittamaa 0.3 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ , oli tuloksena se, että tasoitus ei mennyt läpi ja lähestulkoon jokainen jono hylättiin havaintojen epätarkkuuden takia. Kun arvoa nostettiin 0.5 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ , oli tuloksena yli puolet jonoista heikkoja. Lopulta, kokeilemalla, arvoksi asetettiin 0.7 mm/ $\sqrt{\text{km}}$  vaikka 0.6 mm/ $\sqrt{\text{km}}$  ei enää tuottanut kuin 10 – 15 % heikkoja jonoja.

Vapaan verkon tasoituksesta ilmeni noin kahdenkymmenen pistevälin kohdalla jotain kummallista. Kummallista sikäli, että virheiden suuruus ei ollut välttämättä kuin muutama mm, mutta testisuureet saattoivat olla yli 5, hylkäysrajan ollessa 3.26. Jonoista havaittiin uudestaan aluksi noin puolet ja tämän jälkeen suoritettiin uudestaan vapaan verkon tasoitus. Koska jälkimmäisen puoliskon pistevälit osoittautuivat edelleen huonoiksi, havaittiin nekin uudestaan.

### 3.4      **Käytetyt laskentaparametrit**

Parametrien arvoina on käytetty  $\alpha$ :n,  $1-\beta$ :n sekä residuaalien osalta X-Position käyttöohjeen suositusarvoja. Kojeen tarkkuutta käsiteltiin edellisessä kappaleessa. Absoluuttisen tarkkuuden arvoksi valittiin tasoitettavan verkon luonteen mukaisesti pieni arvo, jotta verkosta saataisiin riittävän tarkka ja luotettava.

Tilastollisen testauksen tavoitetarkkuus on valittavana parametrina silloin kun verkkoa aletaan tasoittaa. Tuolloin valitaan myös painotusmenetelmä (kappale 2.3.1), joka siis perinteisessä vaatimuksessa on yleensä etäisyyteen kääntäen verrannollinen.



**Taulukko 3.** Tasoituksessa käytettyjen parametrien arvot.

Parametri	Arvo	Varoitus
$\alpha$	0.1 (%)	10.0
$1-\beta$	20.0 (%)	40.0
redundanssiluvut	0.15	0.30
absoluuttinen tarkkuus	0.5 mm	suhteellinen 2 ppm
kojeen tarkkuus	0.7 mm/ $\sqrt{\text{km}}$	
tilastollisen testauksen tavoitetarkkuus	0.5 mm	

### 3.5 Laskennan suoritus

Tasointi tapahtuu vaiheittain, siten että ensin verkko lasketaan läpi ja saadaan pisteille korkeudet keskivirheineen. Tämän jälkeen lähtötietoja muutetaan saadun korkeustiedon perusteella sekä korkeuksilla että niiden keskivirheillä. X-Position käyttää tässä termiä ”painotettu koordinaattimuoto” ja sen tarkoituksena on muodostaa tasoitetuista korkeuksista koordinaattihavaintoja eli korkeuksista tehdään jälleen tuntemattomia, painollisia parametreja. Näin lasketuilla korkeuksilla on seuraavilla tasointierroilla painot ja korkeuksille voidaan laskea jälleen korjaukset. Menetelmä on siis iteratiivinen, mutta iterointi vaatii käyttäjältä toimia jokaisen suoritettujen vaiheiden jälkeen. Toiminto olisi käyttäjäystävällisempi, mikäli sen voisi automatisoida.

Jotta tasointitiedot saataisiin mukaan ohjelmaan, on koordinaattitiedosto ensin korjattava edellisen tasoinnin tuloksilla, sillä ainakin omalla kohdallani laskentaohjelma ei osannut korjata tietoja oikein. Tämän seurauksena koordinaattitiedosto muuttui siten, että ohjelma ei enää kyennyt suorittamaan uutta tasointierrosta. Kun korjaus on tehty, ajetaan korjattu koordinaattitiedosto laskentaohjelmaan, jolloin se korvaa aiemman korkeustiedon.

Nyt korkeusverkko tasointaan uudestaan. Tasointi poikkeaa aiemmasta sikäli, että nyt verkko on kytketty jokaisen pisteen osalta, mutta ”tuntemattomilla” pisteillä on nyt käytössä keskivirhe jonka laskentaohjelma ottaa huomioon. Seuraavilla tasointierroilla korkeuspisteiden tarkkuutta parannetaan vaiheittain kunnes muutokset ovat riittävän pieniä ja lopullinen tarkkuus on saavutettu. Käytännössä tämä on varsin työläs operaatio sillä Local X ei kyennyt kirjoittamaan koordinaattitiedostoon korvaavia arvoja vaan kaikki korkeustietoon liittyvä, korkeudet ja niiden keskivirheet, tuli korjata käsin. Toisaalta vika voi olla myös käyttäjässä. Ilmeisesti näin myös on, kuten kappaleessa 3.1.1 jo mainitsin.

### 3.6 Laskennan aikaiset poikkeavuudet

Laskennan aikana joidenkin pistevälien kohdalla oli selkeästi havaittavissa poikkeavuuksia. Näitä olivat pistevälille saatu huono tilastollisen testin arvo, selkeästi keskimääräisestä poikkeava jäännösvirhe sekä huonot ulkoisen ja sisäisen luotettavuuden arvot.

Heikkoja pistevälejä tarkasteltaessa ei varsinaista syytä heikkoon tulokseen aina ollut osoitettavissa. Jonojen sulkuvirheet saattoivat olla varsin tyydyttäviä, mutta silti pisteväli oli jotenkin heikko. Toisaalta virheet olivat sen laatuksia, että ne vaikuttivat ympäröivien pisteiden tarkkuuksiin ja mikäli tarkistusvaikutuksen teko oli selkeästi liian työlästä, oli pisteväli, piste tai yhdessä tapauksessa kokonainen jono, jätettävä pois tasoinnista. Tämä oli onneksi vain

yhden jonon (pisteeltä 208 pisteelle 415) kohtalo. Tuo jono oli pituudeltaan yli neljä kilometriä ja kulki hieman epäsuotuisassa maastossa joten jonon poistaminen oli järkevää, varsinkin kun se ei ollut kriittisessä paikassa oleva jono.

Aina ei tarkistusvaaituskaan kyennyt selittämään laskennassa esiintyneitä kummallisuuksia. Yksi mielenkiintoinen poikkeama oli kolmen, eri puolilla verkkoa sijainneen, pisteen tasoitettun korkeuden poikkeaminen käytössä olleesta korkeudesta noin 20 mm. Poikkeamien aiheuttajaksi epäilin aluksi havaintovirhettä, vaikka sellaisesta ei laskentaohjelman mukaan ollut näyttöä. Nämä pisteet havaittiin uudestaan tarkistusvaaitusten avulla, mutta poikkeamien aiheuttaja ei selvinnyt. Kun poikkeavaksi havaittujen pisteiden kiinnitysalustana oli kallio, lisäsi se ihmetystä.

Näille poikkeamille ei havaintoaineistosta löytynyt mitään järkevää selitystä. Näiden kolmen pisteen poikkeama oli sen verran suuri muihin verkon pisteisiin nähden, vaikka tasoituksen tuloksena pisteiden keskivirheet olivat alle 0.5 mm, joten pisteille on annettu suurempi epävarmuus kuin muille pisteille. Ainoa selitys poikkeamien suuruudelle, mikä tulee mieleen, on aiempien vaaitusten virheellisyys. Tätä en kyennyt varmistamaan asiakirjojen puuttuessa.



## 4 TULOKSET JA NIIDEN ANALYSOINTI

Tasoituksen tuloksena Kajaanin kaupungin korkeusrunkoverkon pisteille saatiin liitteen 3-1 mukaiset korkeudet. Tasoituksen yleinen tarkkuus on 0.21 mm. Tämä tarkoittaa korkeuspisteiden laskettujen korkeuksien keskimääräistä epävarmuutta.

### 4.1 Tulokset

#### 4.1.1 Laskennan tulokset

Laskennasta saatu pisteiden tarkkuus, tai pitäisikö puhua epävarmuudesta, on siis 0.21 mm. Pienin epävarmuus, eli paras tarkkuus, on 0.12 mm ja suurin epävarmuus 0.27 mm. Epävarmuuden jäännösvirheen keskihajontakin on pieni; 0.03 mm. Tässä puhutaan siis absoluuttisesta tarkkuudesta, jolle asetettiin vaatimukseksi 0.5 mm. Toisin sanoen tästä näkökulmasta tarkasteltuna tasointu onnistui erinomaisesti. (Liite 3-1, sivu 4).

Suhteelliselle tarkkuudelle asetettu 2 ppm:n vaatimus alittui myös varsin selvästi. Suhteellinen tarkkuus verkon pisteväleille oli keskimäärin 0.8 ppm parhaan tarkkuuden ollessa 0.2 ppm ja heikoimman 2.8 ppm. Kun tarkkuus ilmaistaan millimetreinä on paras tarkkuus 0.14 ja huonoin 0.36. Suhteellinen tarkkuus on keskimäärin 0.25 mm ja sen keskihajonta on varsin pieni, 0.04 mm. Huonoin tarkkuus johtuu todella lyhyestä pistevälistä (n. 50 m), joka oli pisteväli 810 – 832602. Ironisinta pistevälin suhteellisessa tarkkuudessa on se, että tuolla välillä virheen suuruus oli pienin eli tuo edellä mainittu 0.14 mm, mutta lyhyen välimatkan vuoksi aiheuttaen suhteelliseksi virheeksi 2.8 ppm. Myös toinen yli 2 ppm:n tarkkuusluku löytyy ja tässäkin tapauksessa on kyse lyhyestä pistevälistä (n. 74 m). (Liite 3-3).

Tasoitettujen korkeuksien luotettavuusluvut ovat myös hyvät. Ulkoinen luotettavuus on keskimäärin 4.03 ja sen keskihajonta on 1.08. Pienin ulkoisen luotettavuuden arvo on 2.16 ja suurin 8.90. Korkeuseroissa sisäinen luotettavuus on keskimäärin 5.65 pienimmän arvon ollessa 4.13 ja suurimman 10.52. Sisäisen luotettavuuden keskihajonta on kuitenkin pieni, 0.93. Korkeuserojen ulkoinen luotettavuus vaihtelee välillä 0.0 – 8.90, ollen keskimäärin 2.56 ja sen keskihajonta on 1.37. (Liitteet 3-1 ja 3-2).

Jäännösvirheet ovat pääasiassa pieniä, suurin jäännösvirhe (pisteväli 74 – 1005) on tosin suuri, 2.23 mm, muuhun verkkoon verrattuna. Muutamien muidenkin pisteiden kohdalla jäännösvirheet ovat vielä suuria muuhun verkkoon nähden, virheiden suuruuksien ollessa 1.60 – 2.03 mm.

Verkko on tasoitettu kahdella eri lähtötasolla eli N43 ja N60 korkeusjärjestelmien korkeuksiin perustuvilla lähtökorkeuksilla. Järjestelmien välinen ero tasoituksista on välillä 0.12922 – 0.13019 m keskiarvon ollessa 0.12994 m. Voidaan siis varsin hyvällä omalla tunnolla väittää, että korkeusjärjestelmien välinen ero voidaan huomioida vakiosuuruisella korjauksella jonka suuruus on 130 mm. Kun eroa yritetään määrittää yksinkertaisella ensimmäisen asteen polynomisovituksella

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2y,$$

jossa koordinaatiston origo sijaitsee pisteessä 7100000, 500000, saadaan pinta jonka kertoimet ovat seuraavat:



$$\begin{aligned}a_0 &= 0.132053 \text{ m} & \pm 0.00025 \text{ m} \\a_1 &= -8.8795 \cdot 10^{-8} \text{ m} & \pm 5.246 \cdot 10^{-9} \text{ m} \\a_2 &= 5.053 \cdot 10^{-9} \text{ m} & \pm 5.119 \cdot 10^{-9} \text{ m}\end{aligned}$$

Kertoimista  $a_0$  ilmaisee vakio muutoksen,  $a_1$  muutoksen  $x$  -akselin suuntaan ja  $a_2$   $y$  -akselin suuntaan. Kertoimien suuruuksista voidaan päätellä, että muutos pohjois – etelä suunnassa,  $x$  -akselin suunnassa, on voimakkaampaa kuin itä – länsi suunnassa. Tämä tulos on ristiriidassa Geodeettisen laitoksen julkaisussa 57 esitetystä N43- ja N60 -korkeusjärjestelmien eron suuruutta kuvaavassa kartassa. Kartan perusteella käyrän lukema on Kajaanin keskustan kohdalla noin 130 mm ja kulku lähes pohjois – etelä suuntainen. Kuvan ja edellä esitetyn funktion parametrien välinen ristiriita johtuneekin verkon laidoilla sijaitsevien pisteiden aiheuttamasta vaikutuksesta parametreihin.

Parametrien keskivirheitä tarkastelemalla nähdään, että  $y$  -akselin suuntaan määritetyn parametrin keskivirhe on itse parametrin suuruinen. Näin ollen kyseinen parametri ei kuvaa poikkeaman suuruutta oikein. Toisaalta tämä on havaittavissa myös lasketuissa poikkeamissa, jotka eivät muutu lineaarisesti  $y$ :n kasvaessa vaan poikkeaman suuruus vaihtelee sattumanvaraisesti.

#### 4.1.2 Poikkeukselliset tulokset

Tasoituksen tuloksena pisteiden 322, 521, 92611 sekä 926134 tasoitetut korkeudet poikkesivat aiempiin korkeuksiin verrattuna noin 20 mm, mikä oli selkeästi poikkeuksellista muihin pisteisiin nähden. Edellä mainituista pisteistä 92611 sekä 926134 ovat Tielaitoksen rakentamia pisteitä, joten näiden perustamisesta ja havaitsemisesta ei kaupungilla ole tietoa. Pisteet on merkitty kalliopisteiksi, mutta ne saattavat olla myös maakivissä, mikä voisi osaltaan selittää poikkeavat erot aiempiin korkeuksiin.

Näille poikkeamille ei löytynyt havaintoaineistosta eikä tarkistusvaaituksistaakaan mitään sellaista joka olisi selittänyt nämä poikkeamat. Uuden aineiston vertaaminen vanhaan olisi saattanut antaa jonkinlaisen vastauksen, mutta vanhojen asiakirjojen puuttuminen jätti asian vain arvailujen varaan.

#### 4.1.3 Lasketut korkeudet verrattuna aiempiin korkeuksiin

Tasoituksen tuloksena saadut korkeudet poikkeavat aiempiin korkeuksiin nähden keskimäärin 2.9 mm ja suurimmillaan noin 22 mm. Kuvassa 11 on esitetty poikkeamien suuruuksien jakauma. Kuvasta käy ilmi, että lähes puolella pisteistä korkeuden muutos on ollut alle 5 mm aiempaan verrattuna. Huomioitavaa on myös yli 10 mm muuttuneiden pisteiden osuus, lähes viidennes vertailukelpoisista pisteistä.

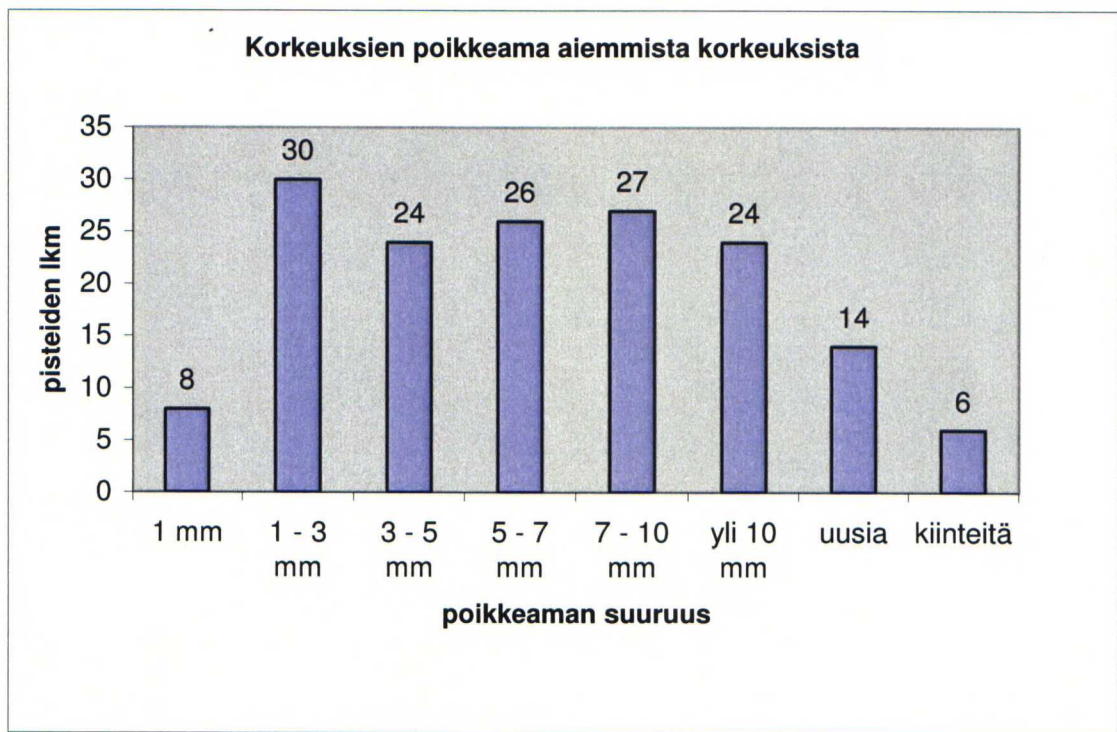
Taulukossa 4 on esitetty vain viisi suurinta poikkeamaa aiempiin korkeuksiin nähden, sillä viisi pienintä poikkeamaa olivat suuruudeltaan alle 0.5 mm:n, ja näistä kaksi pienintä olivat 0.02 mm. Poikkeamat ovat jakautuneet ympäri verkkoa ja vieläpä alueittain siten, että tietyn suuruiset poikkeamat, muutaman mm tarkkuudella, ovat aika selkeästi omana alueenaan. Tästä voi vetää johtopäätöksen, että poikkeamat ilmaisevat näiden alueiden aiempien tasoitusten tarkkuutta. Miten oikeaan sitten osun jää hieman arvailujen varaan.



Tässä kohtaa on huomattava, että vaikka verkon rakenne ei lähtöpisteiden sijainnin suhteen ole ideaalinen, niin tämä ei kuitenkaan ole syynä poikkeamien käyttäytymiseen. Kyseessä ei siis ole virheen kasautumisesta aiheutuneet poikkeamat.

**Taulukko 4.** Viisi suurinta poikkeamaa.

Piste numero	Poikkeaman suuruus
926134	22,13 mm
521	19,87 mm
322	19,16 mm
92611	18,36 mm
64716	13,65 mm



**Kuva 11.** Tasoitettujen korkeuksien poikkeamat aiemmista korkeuksista.

Tarkan vertailun suorittaminen edellyttäisi kaikkiin vaatusasiakirjoihin tutustumista ja tämä ei enää kaikkien pisteiden osalta ole mahdollista. Ainoa vertailu joka voidaan suorittaa tasapuolisesti kaikkien verkon pisteiden osalta, on vertaus tasoitettuihin ja aiemmin voimassa olleisiin korkeuksiin. Jotta vertailu olisi kattava, olisi kaikkien vaaitusten vaaituskirjat oltava tallessa. Tämän lisäksi jokaisesta vaaituksesta tulisi olla päiväkirjan tapainen selostus vaikeuksista joita vaaittaessa on kohdattu. Näin pystyttäisiin tekemään tarkempi ja syvempää luotaava vertailu eri ajankohtina tapahtuneiden vaaitusten kesken.

Tietystikään tulokset eivät ole suoraan vertailukelpoisia kaluston varsin nopean kehityksen takia. Vanhimmat korkeusrunkoverkon pisteet ovat 1900 –luvun alussa perustettuja ja mitattuja, kalustolla joka on ollut epätarkempi kuin uuden pääluokan korkeusrunkoverkon havaitsemisessa käytetty.

## **4.2 Tulosten analysointi**

Pääluokan tasoitus osoitti, että verkko on ollut jo aiemmin varsin homogeeninen eli mitään selkeää syytä epäilyille verkon osien keskinäisestä yhteensopimattomuudesta ei ole osoitettavissa. Tämä johtopäätös on vedettävissä tarkastelemalla tasoitettujen korkeuserojen jäännösvirheiden suuruutta sekä vertaamalla tasoitettuja korkeuksia aiempiin korkeuksiin.

Joidenkin yksittäisten pisteiden kohdalla tosin tästä tasoituksesta saatu korkeus poikkesi muuhun verkkoon nähden varsin merkittävästi. Näille poikkeamisille ei havainnoista eikä tasoituksesta ole osoitettavissa mitään syytä. Ilmeisesti aiempien tasoitusten aikana on sattunut jokin kirjaamisvirhe tai havainnoissa jokin virhe joka on kuitenkin jakaantunut muille lähialueiden pisteille. Näitä seikkoja en kuitenkaan pysty todistamaan oikeiksi tai vääriksi vaatuskirjojen puuttuessa.

## **4.3 Kajaanin kaupungin korkeusrunkoverkkojen vertailu**

Kajaanin kaupunki havaitsi alemman luokan korkeusverkkonsa vuoden 2002 kesän aikana ja laskenta suoritettiin kesällä 2003. Alemman luokan korkeusrunkoverkon lähtöpisteinä oli tuolloin vielä tasoittamattoman pääluokan korkeusverkon pisteitä. Tasoitus suoritettiin näiden Kajaanin pääluokan pisteiden suhteen.

Alemman luokan korkeusverkon tarkkuudeksi tuli 0.23 mm mikä on vain kaksi millin sadasosaa heikompi tarkkuus kuin pääluokassa. Keskivirheiden hajonta on myös hyvä, 0.03 mm. Tulos on sikälikin hyvä, että laskennassa verkolle asetettiin väljemmät rajat kuin pääluokan tasoituksessa.

Mikä sitten on hyvien tulosten takana? Yksi ja varmaan suurin syy on opittu kojeen käyttö. Pääluokan havainnot oli Kajaanin kaupungin maankäytön ensimmäinen iso projekti jossa Zeiss DiNi 11 oli havaintotyökaluna. Tätä ennen kojeella oli suoritettu vain joitakin satunnaisia havaintotöitä. Lisäksi havaintoja tehnyt mittaryhmä joutui opettelemaan kojeen käytön havaintotyön ohessa ja se ei ole voinut olla vaikuttamatta havaintotyön tarkkuuteen. Koska alemman luokan verkon havaitsi sama mittaryhmä, oli opittu tietotaito suuressa roolissa parempien tulosten saamiseksi. Myös mittaryhmän kehittynyt ammattitaito säään vaikutusten huomioon ottamisessa on vaikuttanut työn tehokkuuteen ja havaintojen tarkkuuteen.

Koska alemman luokan verkon silmukoiden sulkeutumisessa eikä tasoituksessa ilmaantunut mitään ongelmia, on tämä yksi osoitus pääluokan verkon tasoituksen onnistumisesta.



## 5 SIIRTYMINEN UUTEEN KORKEUSJÄRJESTELMÄÄN

Suomessa ollaan tulevaisuudessa siirtymässä uuteen korkeusjärjestelmään. Korkeusjärjestelmän muutosta puuhataan myös muualla Skandinaviassa. Suomi, Ruotsi ja Norja ovat päättäneet yhtenäistää, ainakin jollakin tasolla, korkeusjärjestelmänsä keskenään sekä myös Euroopan suuntaan.

### 5.1 Korkeusjärjestelmän vaihdosta yleisesti

Suomessa on tarvetta koordinaattijärjestelmien vaihdolle ja tätä varten on vuonna 1999 toiminut työryhmä ([24]), joka on tutkinut erilaisia vaihtoehtoja sekä tasokoordinaattijärjestelmän että korkeusjärjestelmän vaihtamiseksi. Työryhmän jäsenet edustivat sekä valtiollisia että kunnallisia ja yksityisiä tahoja. Toinen, vuonna 2004 perustettu, työryhmä ([25]) on kartoittanut eri tahojen tarpeita ja vaatimuksia uudelle korkeusjärjestelmälle.

Tällä hetkellä Suomessa on käytössä useita erilaisia korkeusjärjestelmiä aina kuntien omista järjestelmistä valtakunnallisiin (NN, N43, N60). Nyt käytössä olevat korkeusjärjestelmät poikkeavat todellisesta ortometrisestä korkeudesta varsin merkittävästi, N60 –järjestelmä jopa 40 cm. Syynä tähän on Fennoskandian jääkaudenjälkeinen maannousu. Koska maannousu ei ole koko Suomen alueella vakio vaan vaihtelee, eivät pistevälien korkeuserotkaan ole enää nykytilanteen mukaiset. [25].

### 5.2 Muutos valtakunnan tasolla

Vuoden 1999 työryhmän jäsenet olivat yksimielisiä siitä, että uuden korkeusjärjestelmän epookiksi tulisi ottaa vuosi 2010. Yksimielisyyttä oli myös referenssitason valinnassa (NAP, Normaal Amsterdams Peil) tai ainakin se oli työryhmän jäsenten mielestä kannatettavampi kuin kansallinen lähtötaso. Suurin syy tähän on NAP:n käyttö Eurooppalaisten korkeusverkkojen yhteistasoituksessa. Myös Ruotsin RH70 –korkeusjärjestelmän pohjana on NAP. [24].

NAP:n hyödyllisyydestä on kuitenkin herännyt keskustelua ja tällä hetkellä se oltaisiin hylkäämässä. Jaakko Mäkinen väittääkin, että paras ratkaisu Eurooppalaisen korkeusjärjestelmän kehityksen kannalta olisi ilmentää EVRS:n (European Vertical Reference System) WHS (World Height System) määrittelyt ja luopua kokonaan NAP:n käytöstä ([10]). Käytössä EVRF20xx (European Vertical Reference Frame) olisi paras, sillä siinä on hyödynnetty GOCE:n ja GRACE:n viimeisin painovoima-aineisto. Tämä olisi hyvä senkin takia, että tällainen järjestelmä olisi aidosti yhteensopiva, eikä rinnakkaisista aineistoista koottu.

Tulevan korkeusjärjestelmän korkeudet EVRF realisaatiossa ovat normaalikorkeuksia. Näiden käyttöä puoltaa teoreettisesti tarkka laskeminen ja niiden nykyinen käyttö monissa Euroopan maissa. Normaalikorkeudet lasketaan käyttämällä matemaattisesti laskettua normaalipainovoimaa, kun N60:n ortometriset korkeudet lasketaan todellista painovoimaa käyttäen. Niinpä normaalikorkeudet eivät täydellisesti edusta ”korkeutta geoidista” eli



ekvipotentiaalitasosta. Ero todelliseen korkeuteen ei ole merkittävä, Suomen alueella poikkeaman suuruus on yleensä alle 2 cm.

Korkeusjärjestelmän vaihtaminen ei ole yksinkertaista eikä Suomen maantieteellinen sijainti ainakaan helpota tehtävää. Pohjoismaissa on perinteisesti tehty yhteistyötä geodesian alalla ja myös uudesta referenssitasosta saadaan suurin hyöty, mikäli päädymme naapurimaidemme kanssa samaan lähtötasoon.

Korkeusjärjestelmämme N60 on kytköksissä Eurooppaan saakka pohjoismaisen korkeusblokin (Nordic Height Block) kautta. Blokki on ollut ainutlaatuinen Eurooppalaisessa korkeusjärjestelmässä postglasiaalisen, jääkauden jälkeisen, maannousun takia. Blokki on ollut kytkettynä Eurooppaan ainoastaan yhdestä kohtaa Ruotsin ja Tanskan välisen salmen kautta. Vuonna 2000 Eurooppalaisen korkeusverkon pohjoismaiden liitos havaittiin uudelleen vastarakennettua siltaa pitkin. Tulevaisuudessa on tarkoituksena muodostaa toinen kytkös Baltian maiden kautta. [11].

Suomessa siirtyminen tapahtuu valtakunnan tasolla suorittamalla tasoitus koko pääluokan verkolle kiinnittämällä yksi piste. Tasoitukseen otettaisiin mahdollisesti mukaan myös naapurimaiden korkeusverkkojen lenkkejä. Paikallisesti korkeusjärjestelmän vaihtaminen suoritetaan lisäämällä vakior korjaus käytössä oleviin korkeuksiin, lisäämällä lineaarisesti määritetty korjaus tai suorittamalla koko verkon kattava tasoitus liitospisteiden (valtakunnallinen pääluokka) avulla. Lineaarisesti käyttäytyvän korjaustekijän käyttö on perusteltua kunnissa joiden alueella maan nousu tapahtuu erisuuruksilla nopeuksilla, mutta toisaalta näissä kunnissa voi olla hyödyllisempää suorittaa verkkotasoitus.

### 5.3 Siirtyminen Kajaanin tapauksessa

Kuten kappaleessa 4.1 esitin, on Kajaanin kohdalla korkeusjärjestelmän vaihdos toteutettavissa vakiosuuruisella korjauksella. Koska maannousu on keskustan alueella ja sen läheisyydessä lähes vakio, voidaan muutos suorittaa vakiosuuruisella korjauksella. Lisäksi kun Kajaanin korkeusverkot sijaitsevat niin pienellä alueella, ei lineaarista korjaustekijää tarvitse määrittää. Kuitenkin luvussa 4 esitetyn muunnosfunktion parametrien perusteella on oletettavaa, että verkon reuna-alueilla järjestelmien eroa ei voi täydellisesti kuvata vakio-korjauksella. Tästä syystä onkin aiheellista pohtia uuden tasoituksen suorittamista, kun korkeusjärjestelmän vaihto toteutetaan.

Korjauksen suuruus on ollut siirryttäessä N43 -järjestelmästä N60 -järjestelmään +130 mm ja jokin vastaava vakiomittakaavainen korjaustermi on liitettävissä myös seuraavaan korkeusjärjestelmän vaihtoon. Korjauksen suuruus Kajaanissa tulee olemaan, vuoden 2004 työryhmäraportin sivulla 19 esitetyn uuden ja N60 korkeusjärjestelmän eroa kuvaavan kartan perusteella, 33 – 34 cm. Vaikka pääluokan pisteille vakior korjaus on riittävä, tulee verkkojen tasoituksen mahdollisuutta myös pohtia. Tasoitus voisi olla kannattava sen vuoksi, että näin molemmat korkeusverkot saataisiin tasoitettua samassa tasoituksessa. Tällä voitaisiin vielä tarkastella verkkojen keskinäistä yhteensopivuutta.

Toisaalta, edellä mainitusta syystä, nyt käytössä olevien verkkojen reuna-alueilla tulee tutkia vakior korjauksen riittävyys. Mikäli tämä havaitaan riittämättömäksi, on etsittävä jokin sellainen yksi- tai useampiulotteinen polynomisovitus joka ratkaisee näillä alueilla muutoksen tuoman ongelman. Verkkojen ulkopuolisille pisteille on ensisijaisesti vaaitsemalla tuotettava



uusi korkeus. Mikäli tämä ei ole mahdollista, on järjestelmien väliseen eroon etsittävä ratkaisua polynomisovituksista sekä läheltä löytyvien tunnettujen pisteiden avulla interpoloinnista.

Toisaalta voi käydä myös niin, että pelkkä korkeusjärjestelmän vaihto ei enää olekaan riittävä vaan joudutaan pohtimaan myös tasokoordinaatiston vaihtoa. Tällöin on myös korkeusverkon uudelleen tasoitusta pohdittava. Ei sen vuoksi, että se olisi pakottavaa vaan siksi, että sen voi tehdä samalla kertaa ja saada näin suurempi varmuus korkeuspisteiden keskinäisestä tarkkuudesta.

## 6 JOHTOPÄÄTÖKSET

Kajaanin korkeusverkkoprojektin tavoitteena oli saada kaupungin alueelle yhtenäinen, tarkka korkeusrunkoverkko. Toissijaisena tavoitteena oli paikallistaa aiemmissa vaaituksissa havaittuja epäjatkuvuuskohtia junaradan suunnassa sekä Kajaanin maalaiskunnan aikaisissa vaaituksissa.

Tasoituksesta saatu pistekohtainen keskimääräinen epävarmuus, absoluuttinen tarkkuus, oli ennakkoon asetettuihin vaatimuksiin nähden erinomainen, 0.21 mm. Myös suhteellinen tarkkuus verkossa on hyvä ollen keskimäärin 0.8 ppm ja alittaen myös ennakkovaatimuksen. Näin ollen ennakkoon asetetut tarkkuusvaatimukset alittuivat selkeästi. Ulkoinen ja sisäinen luotettavuus asettuivat myös hyvälle tasolle ollen keskimäärin 4.02 ja 5.65.

Havainnoista tai tasoitetuista tuloksista ei suoranaisesti löytynyt mitään sellaista, joka olisi puoltanut ennakkovaaituksia verkon kunnosta. Oikeastaan päinvastoin verkko osoittautui hyvin vakaaksi, eikä antanut aihetta jatkotutkimuksille tai -toimille. Ainoastaan kappaleessa 4.1.2 mainitut neljä pistettä poikkesivat niin paljon aiemmista korkeuksista, että niiden tarkkuudeksi annettiin yleistä tarkkuutta heikompi arvo. Junaradan ylityksessä epäiltyä cm-luokan siirrosta ei ollut havaittavissa eikä myöskään näin ollen aiheuta aihetta jatkotoimille.

Maalaiskunnan aikaiset vaaitukset ovat olleet sisäisesti tarkat ja sopivat hyvin kaupungin puolella tehtyihin vaaituksiin.

Tasoituksen lopputuloksena Kajaanin kaupunki sai varsin tarkan ja yhtenäisen korkeusrunkoverkon joka ulottuu pohjois-etelä suunnassa Paltaniemen lentokentältä Karankalahdelle ja itä-länsi suunnassa Heinisuoilta Huuhkajavaaraan kattaen näin yli 80 km<sup>2</sup>:n alueen keskustassa ja sen välittömässä läheisyydessä.

Korkeusjärjestelmän vaihto voidaan Kajaanissa toteuttaa vakiosuuruisella korjauksella, johtuen verkkojen sijainnista varsin pienellä alueella. Reuna-alueiden vaikutus korjauskertoimen laskennassa antaa viitteitä siitä, että näillä alueilla ei vakiosuuruinen korjaus ole välttämättä riittävä. Sen vuoksi uuteen järjestelmään siirryttäessä on syytä pohtia uuden tasoituksen suorittamista, jotta korkeusverkkojen reuna-alueet saataisiin sidottua paremmin mukaan uuteen järjestelmään. Tasointu antaa myös paremman mahdollisuuden vertailla korkeusverkkoja keskenään.



## LÄHDELUETTELO

- [1] Cooper, M. A. R. (1982). *Modern Theodolites and Levels*, Second Edition. Granada Publishing Ltd. ISBN:0-632-01864-X.
- [2] Hurskainen, Juhani (1999). *Kajaanin kaupungin korkeusrunkoverkko*, Geodesian erikoistyö, Espoo 1999.
- [3] Kahmen, Heribert & Faig, Wolfgang (1988). *Surveying*, Walter de Gruyter & Co, Berlin. ISBN: 3-11-008303-5.
- [4] Kakkuri, Juhani and Vermeer, Martin (1985). *The study of land uplift using the third precise levelling of Finland*, Suomen Geodeettisen laitoksen tiedonantoja 85:1, Helsinki. ISBN: 951-711-099-5.
- [5] Kallio, Ulla (1998). *Tasoituskasku*, Espoo. ISBN: 951-672-267-9.
- [6] Kasser, M., Becker, J-M. (1999). *Error sources in high precision levelling – How to minimise their effects on the heights*, Gävle 15 – 17<sup>th</sup> of March 1999.
- [7] Kavanagh, Barry F. (2000). *Surveying: principles and applications*, fifth edition. Prentice-Hall Inc. ISBN: 0-13-022733-1.
- [8] Kivelä, Simo K. (2002). *Matriisilasku ja lineaarialgebra*, 12. muuttumaton painos, Otatieto, Helsinki. ISBN: 951-671-368-8.
- [9] Kukkamäki, T.J. (1938). *Suomen Geodeettisen laitoksen julkaisuja N:o 25, Über die nivellitische Refraktion*, Helsinki.
- [10] Mäkinen, Jaakko (2004). *Some remarks and proposals on the re-definitions of the EVRS and EVRF*. Paper presented to the meeting of the Technical Working Group of the IAG Subcommittee for the European Reference Frame (EUREF), Bratislava, June 1, 2004.
- [11] Mäkinen, Jaakko et al. (2003). *Future height systems in the Nordic countries, their relation to the EVRS2000 and to INSPIRE GIS standards*. Position paper presented to the meeting of the Technical Working Group of the IAG Subcommittee for the European Reference Frame (EUREF), Toledo, June 3, 2003.
- [12] Ollikainen, Matti (1997). *Korkeusjärjestelmät GPS:n aikakaudella, Maanmittaustieteiden Seuran julkaisu n:o 34, Moniulotteisen ympäristömmen geometrinen mallintaminen ja visualisointi*, Espoo. Santala, Jaakko ja Järvinen, Jaana, toimittajat ISBN: 951-22-3817-9.
- [13] Poutanen, Markku and Suurmäki, Heli, editors (2002). *The Nordic Height Block: Status Report*, Mäkinen, Jaakko et al. *Proceedings of the 14<sup>th</sup> General Meeting of the Nordic Geodetic Commission*, Espoo 1. – 5. October 2002. ISBN: 951-711-247-5.

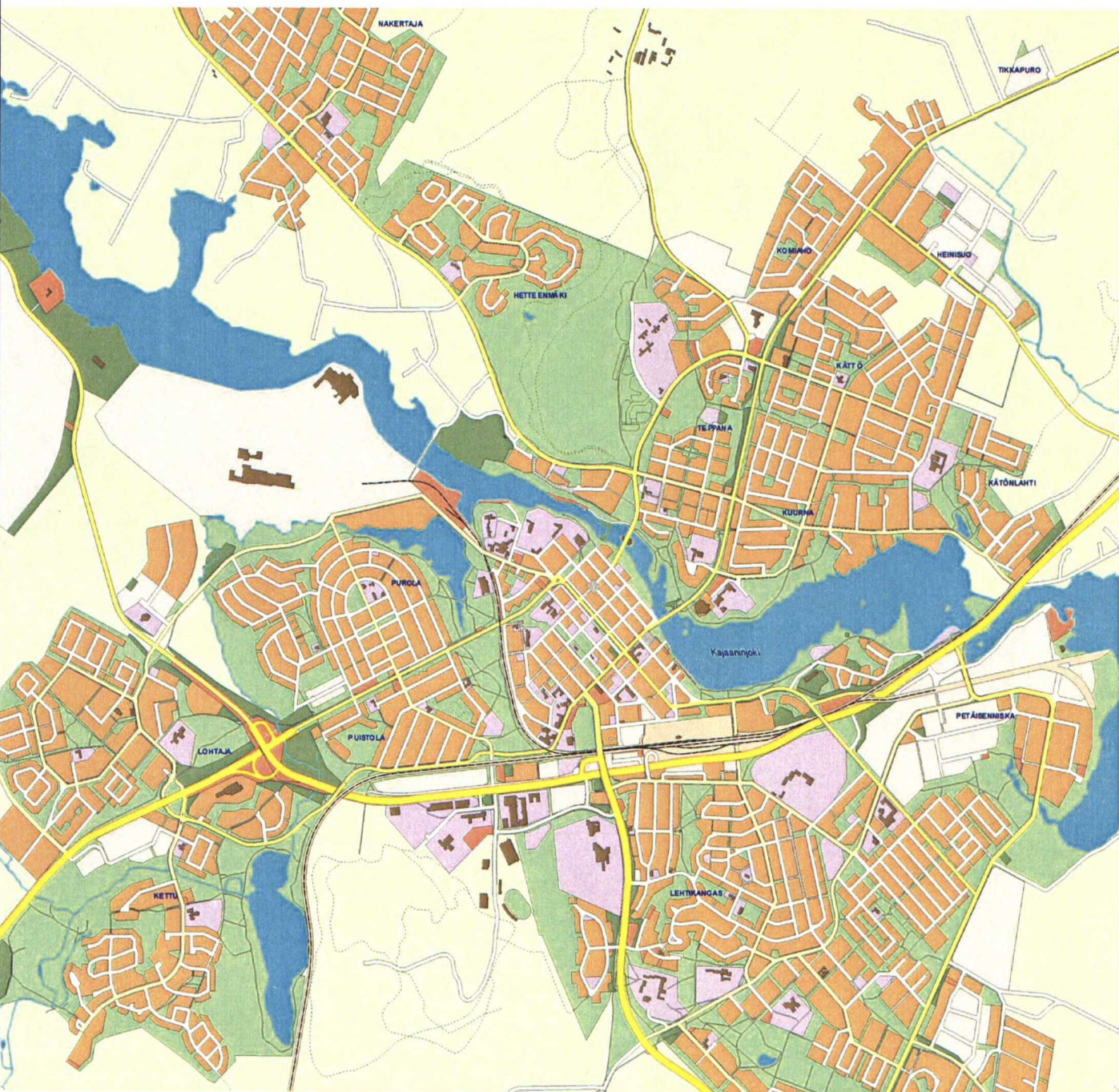
- [14] Salo, Panu (2001). Digitaalinen vaaitus, Geodesian seminaariesitelmää, Espoo 2001. Toimittanut Jaakko Santala. ISBN: 951-22-5596-0.
- [15] Salo, Panu (2002). Digitaalisen vaaitusmittausjärjestelmän Zeiss DiNi 12 laboratoriotutkimuksia, diplomityö, Espoo 2002.
- [16] Strang, Gilbert & Borre, Kai (1997). Linear algebra, geodesy and GPS, Wellesley-Cambridge press. ISBN: 0-9614088-6-3.
- [17] Takalo, Mikko (2000). Tarkan korkeudenmäärittelyn automaatiosta, Maanmittaus 75: 1-2, Helsinki. Santala, Jaakko, päätoimittaja. ISSN: 0047-5319.
- [18] Takalo, Mikko (2004). Vaaituksen mittakaavasta, Maanmittaus 79: 1-2, Helsinki. Jokela, Jorma, päätoimittaja.
- [19] Takalo, Mikko and Rouhiainen, Paavo, (2004). Development of a System Calibration Comparator for Digital Levels in Finland, Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research vol. 1, Espoo. Vermeer, Martin, Editor in Chief.
- [20] Takalo, Mikko and Rouhiainen, Paavo, (2003). On use of FGI System Calibration comparator”, FIG working week 2003, Paris, France April 13 – 17, 2003.
- [21] Tikka, Martti (1986). Käytännön geodesia IV, Mittausten suoritus, Otakustantamo, Jyväskylä. ISBN: 951-672-000-5.
- [22] Toivola, Kimmo (2001). Pääluokan korkeusrunkoverkon havaintotyön loppuraportti, Kajaani.
- [23] Torge, Wolfgang (1991). Geodesy, 2nd edition, Walter de Gruyter & Co, Berlin. ISBN: 3-11-012408-4.
- [24] Työryhmäraportti (1999). Suomen valtakunnallisten koordinaattijärjestelmien ajantasaistaminen. <http://www.fgi.fi/kirjasto/julkaisut/pdf/koord5b.pdf>. Linkin toimivuus tarkistettu 8.8.2005.
- [25] Työryhmäraportti (2004). Suomen valtakunnallisen korkeusjärjestelmän ajantasaistaminen. [http://www.fgi.fi/ajankohtaista/korkeustyoryhmaraportti\\_files/korkeustyoryhmaraportti.pdf](http://www.fgi.fi/ajankohtaista/korkeustyoryhmaraportti_files/korkeustyoryhmaraportti.pdf). Linkin toimivuus tarkistettu 8.8.2005.
- [26] Vermeer, Martin (2004). Teknillinen korkeakoulu, Geodesian laboratorio, Geodesian yleiskurssin opetusmoniste. <http://users.tkk.fi/~mvermeer/yleis.pdf>. Linkin toimivuus tarkistettu 8.8.2005.
- [27] X-Position Oy. Local X Positioning System käyttöohje v. 2.01.02, Espoo.



## LIITTEET

Liite 1	Kajaanin opaskartta
Liite 2	Verkkopiirrokset
Liite 2-1	Kajaanin korkeusrunkoverkko
Liite 2-2	Keskustan alue
Liite 3	Laskennan tulokset
Liite 3-1	Tasoitettut korkeudet keskivirheineen
Liite 3-2	Tasoitettut korkeuserot
Liite 3-3	Suhteellinen tarkkuus

Kajaanin opaskartta (© Kajaanin kaupunki)





Mittakaava 1: 50 000





Mittakaava 1:20 000





**KAJAANIN KAUPUNGIN PÄÄLUOKAN KORKEUSRUNKOVERKON TASOITUS:****- TASOITUKSEN TULOKSET**

Verkkoon kuuluville pisteille on saatu seuraavat N43- ja N60 -järjestelmien mukaiset korkeudet, N60 -korkeudet on saatu lisäämällä N43 -järjestelmän mukaisiin korkeuksiin Kajaanin kaupungin keskustan alueelle ja sen välittömässä läheisyydessä oleville alueille pätevä vakiokorjaus +130 mm.

Liite sisältää myös tasoituksesta saadut korkeuserojen sekä suhteellisten tarkkuuksien listaukset.

Piste	H <sub>N43</sub> [m]	H <sub>N60</sub> [m]	m <sub>H</sub> [mm]	UL
74	133.42677	133.55677	0.21	2.40
77	137.68443	137.81443	0.22	2.88
83	166.92053	167.05053	0.21	4.04
84	161.22726	161.35726	0.17	4.89
85	165.88691	166.01691	0.17	4.41
90	184.09343	184.22343	0.21	4.03
91	155.00335	155.13335	0.20	3.78
96	157.91893	158.04893	0.19	5.84
120	145.19826	145.32826	0.25	4.07
130	137.22474	137.35474	0.20	2.19
143	172.29813	172.42813	0.19	3.07
150	152.73666	152.86666	0.19	4.89
208	163.34830	163.47830	0.24	3.63
217	154.65546	154.78546	0.21	4.60
235	143.15739	143.28739	0.22	4.79
237	141.72801	141.85801	0.21	2.43
246	136.18778	136.31778	0.22	2.86
248	139.60936	139.73936	0.23	3.17
249	135.25242	135.38242	0.23	3.44
251	167.63330	167.76330	0.21	3.79
252	170.66711	170.79711	0.19	3.73
253	173.66657	173.79657	0.21	3.73
264	160.43173	160.56173	0.22	3.39
272	149.49502	149.62502	0.19	5.71
290	165.27779	165.40779	0.21	2.85
292	142.27413	142.40413	0.18	4.10
293	139.90436	140.03436	0.17	4.82
294	149.07130	149.20130	0.20	4.82
295	146.59045	146.72045	0.12	5.28
301	147.86795	147.99795	0.21	4.60
302	152.73817	152.86817	0.21	3.26
303	153.74367	153.87367	0.22	3.39
304	142.83836	142.96836	0.22	2.73
314	166.45891	166.58891	0.20	3.01
322	134.06816	134.19816	0.22	2.91
344	137.45419	137.58419	0.21	4.79
369	174.38745	174.51745	0.23	3.32

Piste	H <sub>N43</sub> [m]	H <sub>N60</sub> [m]	m <sub>H</sub> [mm]	UL
370	178.43018	178.56018	0.24	3.50
371	172.52982	172.65982	0.26	4.57
398	144.80969	144.93969	0.26	4.65
399	123.78022	123.91022	0.25	4.33
415	144.72343	144.85343	0.25	4.36
418	157.00081	157.13081	0.25	4.06
437	167.93414	168.06414	0.23	3.21
438	154.31061	154.44061	0.17	3.16
439	150.86645	150.99645	0.22	3.16
444	147.54102	147.67102	0.22	2.90
445	148.33568	148.46568	0.23	3.36
521	143.14113	143.27113	0.22	2.91
524	170.35918	170.48918	0.19	3.51
525	163.15688	163.28688	0.21	3.04
527	178.01636	178.14636	0.21	4.03
528	163.32272	163.45272	0.19	4.41
533	141.21728	141.34728	0.24	3.41
534	169.81708	169.94708	0.16	3.51
535	173.95332	174.08332	0.19	5.96
539	145.48983	145.61983	0.21	2.83
541	142.13927	142.26927	0.16	3.62
542	145.43406	145.56406	0.16	3.46
544	133.86644	133.99644	0.19	4.17
546	130.64811	130.77811	0.17	5.79
548	134.94616	135.07616	0.20	3.37
549	144.99412	145.12412	0.20	4.00
550	140.86017	140.99017	0.17	5.02
553	146.98989	147.11989	0.17	4.59
554	168.29698	168.42698	0.20	4.05
555	167.79070	167.92070	0.20	3.79
559	167.21281	167.34281	0.19	5.96
560	157.25818	157.38818	0.22	2.68
561	149.73607	149.86607	0.18	3.95
563	148.83156	148.96156	0.19	4.59
564	140.77165	140.90165	0.20	4.00
565	140.42263	140.55263	0.18	3.82
567	142.58250	142.71250	0.20	2.51
568	139.13099	139.26099	0.19	4.17
569	129.89327	130.02327	0.23	3.44
570	151.62738	151.75738	0.22	3.11
573	147.75888	147.88888	0.18	5.02
574	155.52726	155.65726	0.20	3.88
577	139.54321	139.67321	0.20	3.11
578	139.72937	139.85937	0.18	5.79
579	143.88521	144.01521	0.18	3.28
586	157.51745	157.64745	0.18	5.84
598	136.60007	136.73007	0.26	4.66
599	128.11321	128.24321	0.25	4.20



Piste	H <sub>N43</sub> [m]	H <sub>N60</sub> [m]	m <sub>H</sub> [mm]	UL
600	139.92751	140.05751	0.24	3.61
601	140.60097	140.73097	0.23	3.23
602	140.34884	140.47884	0.24	3.61
700	181.26400	181.39400	0.25	4.33
701	183.41772	183.54772	0.23	3.00
713	159.94118	160.07118	0.25	3.90
724	152.13314	152.26314	0.26	5.14
735	187.21268	187.34268	0.21	4.65
740	136.18271	136.31271	0.24	3.74
744	138.96907	139.09907	0.23	3.61
748	138.54781	138.67781	0.24	3.48
750	147.94015	148.07015	0.21	2.37
752	145.91080	146.04080	0.21	3.78
753	146.29445	146.42445	0.22	3.78
755	145.98160	146.11160	0.23	3.16
756	157.59077	157.72077	0.24	3.55
758	153.33804	153.46804	0.22	3.64
759	151.04438	151.17438	0.21	4.50
760	154.40806	154.53806	0.20	4.50
761	151.86162	151.99162	0.21	4.37
770	180.48752	180.61752	0.24	3.79
810	138.47680	138.60680	0.19	8.90
814	185.44261	185.57261	0.23	3.07
818	191.25146	191.38146	0.20	7.08
820	190.96949	191.09949	0.21	7.08
823	192.06485	192.19485	0.24	3.84
828	165.66750	165.79750	0.20	5.13
829	154.58053	154.71053	0.16	5.13
830	144.32009	144.45009	0.19	4.59
831	147.38126	147.51126	0.20	2.99
832	154.63742	154.76742	0.19	3.88
891	151.19473	151.32473	0.24	3.38
897	142.69380	142.82380	0.19	3.61
913	173.72148	173.85148	0.27	6.21
958	151.39139	151.52139	0.25	4.38
959	152.02159	152.15159	0.25	4.28
960	148.87369	149.00369	0.21	3.80
961	150.07190	150.20190	0.20	3.97
962	152.84162	152.97162	0.21	3.97
963	153.86649	153.99649	0.22	3.82
967	156.62282	156.75282	0.25	3.94
972	135.49879	135.62879	0.19	4.59
1000	138.74083	138.87083	0.25	4.06
1001	139.40609	139.53609	0.26	4.98
1002	159.52404	159.65404	0.22	2.79
1003	153.81518	153.94518	0.23	3.36
1004	148.41088	148.54088	0.24	3.71
1005	143.08900	143.21900	0.25	4.33

Piste	H <sub>N43</sub> [m]	H <sub>N60</sub> [m]	m <sub>H</sub> [mm]	UL
1006	149.47930	149.60930	0.24	3.62
1007	167.91262	168.04262	0.25	4.29
1008	160.21514	160.34514	0.25	4.32
1009	150.70959	150.83959	0.23	3.55
1010	144.94033	145.07033	0.23	3.55
1011	184.86294	184.99294	0.27	5.31
1148	125.84373	125.97373	0.23	5.20
1149	122.94336	123.07336	0.23	5.20
6863	131.81437	131.94437	0.25	4.27
6864	135.58920	135.71920	0.25	3.92
6865	143.50993	143.63993	0.27	5.54
48105	153.144	153.274		hylätty
64716	167.03635	167.16635	0.21	2.50
84005	144.296	144.426		kiinteä
91224	143.016	143.146		kiinteä
91225	149.379	149.509		kiinteä
91226	145.214	145.344		kiinteä
91227	145.810	145.940		kiinteä
92611	184.61164	184.74164	0.25	3.88
647149	171.36995	171.49995	0.20	2.16
742372	134.11403	134.24403	0.25	4.20
832601	143.14547	143.27547	0.21	2.40
832602	138.83645	138.96645	0.19	8.90
832603	140.50039	140.63039	0.21	3.74
867172	135.06002	135.19002	0.22	2.88
926134	187.56587	187.69587	0.24	3.69

Lasketut korkeudet - Yhteenveto

KESKIMÄÄRÄINEN TARKKUUS

H 0.21 mm

TARKKUUDEN HOMOGEENISUUS

	RMS	max	min
	[mm]	[mm]	[mm]
H	0.03	0.27	0.12

ULKOINEN LUOTETTAVUUS UL

Keskimäärin	4.03
Ulkoisen luotettavuuden RMS	1.08
Paras UL	2.16
Huonoin UL	8.90
Pisteitä ilman kontrollia	0



**TASOITETUT KORKEUSEROT**

Local X- Positioning System +/-02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:55:46  
 Sivu:1

H-Tasointus, korkeuserot

Pisteväli	Hav. [m]	s [mm]	v [mm]	Tas. [m]	r	e [mm]	t	SL	UL
246->77	1.49689	0.50	0.24	1.49665	0.55	0.43	0.65	5.60	2.54
77->322	-3.61423	0.82	2.03	-3.61627	0.81	2.52	2.75 *	4.60	0.89
322->130	3.15741	0.61	0.83	3.15658	0.75	1.11	1.57	4.77	1.20
130->293	2.67983	0.46	0.21	2.67962	0.59	0.35	0.59	5.37	2.19
832601->748	-4.59809	0.51	-0.43	-4.59766	0.56	-0.76	1.11	5.50	2.40
748->832602	0.28794	0.66	-0.70	0.28864	0.72	-0.98	1.26	4.89	1.39
832602->810	-0.35966	0.19	-0.01	-0.35965	0.15	-0.05	0.11	10.52	8.90
810->744	0.49265	0.72	0.38	0.49227	0.77	0.50	0.61	4.71	1.09
744->897	3.72484	0.39	0.11	3.72473	0.43	0.26	0.44	6.31	3.61
544->248	5.74362	0.58	0.70	5.74292	0.66	1.06	1.49	5.07	1.70
248->294	9.46246	0.50	0.51	9.46194	0.56	0.92	1.39	5.51	2.42
294->293	-9.16675	0.29	0.19	-9.16694	0.33	0.56	1.11	7.19	4.82
293->249	-4.65195	0.68	0.00	-4.65195	0.75	0.00	0.00	4.77	1.20
249->569	-5.35917	0.43	-0.02	-5.35915	0.44	-0.04	0.06	6.20	3.44
569->246	6.29440	0.55	-0.12	6.29451	0.60	-0.20	0.27	5.34	2.14
293->292	2.37032	0.41	0.54	2.36977	0.57	0.95	1.77 *	5.46	2.34
292->295	4.31657	0.28	0.26	4.31631	0.38	0.66	1.48	6.66	4.10
295->84005	-2.29433	0.19	0.12	-2.29445	0.30	0.39	1.14	7.54	5.28
84005->444	3.24482	0.53	-0.20	3.24502	0.72	-0.27	0.44	4.88	1.37
444->445	0.79450	0.49	-0.17	0.79467	0.53	-0.31	0.46	5.69	2.69
445->439	2.53053	0.59	-0.24	2.53077	0.63	-0.38	0.51	5.20	1.91
439->438	3.44404	0.40	-0.11	3.44415	0.47	-0.23	0.40	6.00	3.16
438->91224	-11.29513	0.39	-0.52	-11.29461	0.69	-0.76	1.63	4.97	1.53
579->548	-8.93877	0.37	0.28	-8.93905	0.47	0.59	1.08	6.02	3.19
548->544	-1.07945	0.37	0.27	-1.07972	0.45	0.59	1.08	6.14	3.37
544->568	5.26454	0.32	-0.01	5.26455	0.38	-0.03	0.06	6.72	4.17
568->550	1.72916	0.38	-0.02	1.72918	0.50	-0.03	0.06	5.82	2.88
546->578	9.08128	0.24	0.02	9.08126	0.27	0.07	0.14	7.94	5.79
578->564	1.04232	0.37	0.04	1.04228	0.45	0.09	0.17	6.13	3.35
564->549	4.22251	0.34	0.04	4.22247	0.39	0.09	0.17	6.59	4.00
549->563	3.83747	0.34	0.03	3.83744	0.41	0.08	0.15	6.43	3.78
563->553	-1.84165	0.28	0.02	-1.84167	0.35	0.07	0.14	7.02	4.59
553->91224	-3.97397	0.38	-0.08	-3.97389	0.70	-0.11	0.24	4.93	1.47
91224->541	-0.87660	0.29	0.13	-0.87673	0.51	0.25	0.61	5.79	2.84
541->573	5.61976	0.31	0.14	5.61961	0.43	0.34	0.71	6.32	3.62
573->550	-6.89861	0.26	0.10	-6.89871	0.32	0.32	0.69	7.35	5.02
550->574	14.66725	0.33	0.16	14.66709	0.40	0.39	0.74	6.50	3.88
574->570	-3.89958	0.47	0.31	-3.89988	0.55	0.56	0.89	5.57	2.51
570->577	-12.08392	0.42	0.25	-12.08417	0.48	0.52	0.85	5.97	3.11
577->542	5.89105	0.38	0.20	5.89085	0.49	0.41	0.76	5.89	2.99



Local X- Positioning System +/-02.01.23

Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998

30.8.2002 10:55:46

Sivu:2

H-Tasointus, korkeuserot

Pisteväli	Hav. [m]	s [mm]	v [mm]	Tas. [m]	r	e [mm]	t	SL	UL
830->829	10.26101	0.36	0.57	10.26044	0.48	1.18	2.30 *	5.95	3.08
972->830	8.82171	0.30	0.41	8.82130	0.35	1.20	2.32 *	7.02	4.59
542->972	-9.93455	0.40	0.71	-9.93527	0.55	1.30	2.42 *	5.58	2.52
579->542	1.54879	0.33	-0.06	1.54885	0.46	-0.13	0.26	6.08	3.28
832601->579	0.74044	0.84	0.70	0.73974	0.86	0.82	0.90	4.46	0.63
829->832	0.05706	0.32	0.17	0.05689	0.40	0.42	0.84	6.51	3.88
832->831	-7.25590	0.40	0.26	-7.25616	0.49	0.53	0.94	5.89	2.99
831->546	-16.73200	0.54	1.15	-16.73315	0.69	1.66	2.55 *	4.97	1.54
546->565	9.77488	0.31	0.36	9.77452	0.41	0.88	1.79 *	6.46	3.82
565->542	5.01181	0.32	0.38	5.01143	0.44	0.86	1.77 *	6.21	3.46
1005->246	-6.90007	0.89	1.15	-6.90122	0.80	1.45	1.46	4.63	0.94
74->1005	9.66446	0.93	2.23	9.66223	0.82	2.71	2.63 *	4.56	0.81
74->1148	-7.58352	0.65	-0.48	-7.58304	0.71	-0.68	0.87	4.92	1.45
897->1149	-19.74966	0.83	0.79	-19.75044	0.81	0.97	1.05	4.58	0.86
1149->1148	2.90050	0.33	0.13	2.90037	0.30	0.42	0.69	7.48	5.20
438->84	6.91704	0.37	0.38	6.91666	0.53	0.72	1.43	5.68	2.67
84->150	-8.49058	0.27	0.02	-8.49060	0.33	0.05	0.11	7.25	4.89
150->91	2.26672	0.35	0.03	2.26669	0.41	0.07	0.12	6.43	3.78
91->559	12.20951	0.42	0.04	12.20946	0.52	0.08	0.14	5.72	2.73
559->535	6.74052	0.26	0.01	6.74051	0.26	0.06	0.11	8.07	5.96
535->534	-4.13621	0.35	0.03	-4.13623	0.47	0.06	0.12	6.01	3.17
534->96	-11.89777	0.43	0.38	-11.89815	0.60	0.64	1.14	5.35	2.16
96->586	-0.40135	0.25	0.13	-0.40149	0.27	0.49	0.99	7.98	5.84
586->272	-8.02229	0.26	0.13	-8.02242	0.28	0.49	1.00	7.88	5.71
272->91225	-0.11557	0.47	0.45	-0.11602	0.74	0.60	1.11	4.79	1.23
91225->567	-6.79663	0.39	-0.13	-6.79650	0.59	-0.22	0.43	5.38	2.21
567->539	2.90716	0.45	-0.17	2.90733	0.55	-0.31	0.51	5.57	2.51
539->553	1.49992	0.40	-0.14	1.50006	0.51	-0.27	0.47	5.78	2.83
534->525	-6.66020	0.41	0.01	-6.66020	0.52	0.01	0.03	5.74	2.76
525->264	-2.72515	0.43	0.01	-2.72515	0.49	0.02	0.03	5.92	3.04
264->303	-6.68804	0.41	0.01	-6.68806	0.45	0.02	0.04	6.16	3.39
303->301	-5.87571	0.51	0.01	-5.87572	0.57	0.03	0.04	5.47	2.34
301->217	6.78751	0.33	0.01	6.78751	0.35	0.01	0.03	7.03	4.60
217->302	-1.91729	0.41	0.01	-1.91730	0.46	0.01	0.02	6.07	3.26
521->304	-0.30236	0.43	0.40	-0.30277	0.63	0.63	1.16	5.19	1.90
304->533	-1.62084	0.56	0.24	-1.62108	0.60	0.40	0.56	5.34	2.14
533->91226	3.99701	0.62	0.30	3.99672	0.77	0.38	0.54	4.70	1.07
91226->561	4.52316	0.84	1.09	4.52207	0.93	1.18	1.36	4.29	0.32
561->91225	-0.35694	0.29	0.13	-0.35707	0.40	0.33	0.72	6.56	3.95
1002->647149	11.84679	0.78	0.89	11.84591	0.80	1.11	1.26	4.62	0.93
647149->369	3.01777	0.53	0.28	3.01750	0.60	0.46	0.68	5.35	2.16
369->370	4.04303	0.55	0.29	4.04273	0.57	0.52	0.72	5.48	2.36



Local X- Positioning System +/-02.01.23  
Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
30.8.2002 10:55:46

Sivu:3

H-Tasointus, korkeuserot

Pisteväli	Hav. [m]	s [mm]	v [mm]	Tas. [m]	r	e [mm]	t	SL	UL
370->371	-5.90010	0.52	0.27	-5.90036	0.51	0.52	0.72	5.79	2.84
371->74	-39.10175	1.14	1.30	-39.10305	0.88	1.48	1.21	4.42	0.55
742372->598	2.48631	0.77	0.27	2.48604	0.71	0.38	0.41	4.89	1.40
598->599	-8.48666	0.65	0.19	-8.48686	0.63	0.31	0.37	5.22	1.94
599->120	17.08522	0.62	0.17	17.08505	0.61	0.28	0.35	5.29	2.06
120->600	-5.27057	0.63	0.18	-5.27075	0.63	0.28	0.36	5.21	1.94
600->601	0.67358	0.51	0.12	0.67346	0.53	0.22	0.31	5.70	2.70
601->602	-0.25203	0.46	0.09	-0.25213	0.47	0.20	0.30	6.05	3.23
602->399	-16.56839	0.71	0.23	-16.56862	0.69	0.33	0.39	4.97	1.54
399->398	21.02963	0.61	0.17	21.02947	0.59	0.28	0.36	5.39	2.23
398->867172	-9.74934	0.85	0.33	-9.74967	0.78	0.42	0.44	4.69	1.05
867172->74	-1.63313	0.43	0.12	-1.63325	0.64	0.19	0.36	5.18	1.89
84->528	2.09584	0.38	0.38	2.09545	0.52	0.73	1.37	5.73	2.75
528->85	2.56442	0.30	0.23	2.56419	0.36	0.63	1.28	6.89	4.41
85->290	-0.60892	0.41	0.20	-0.60912	0.51	0.39	0.68	5.79	2.85
290->90	18.81588	0.45	0.24	18.81564	0.52	0.46	0.74	5.75	2.78
90->527	-6.07692	0.36	0.15	-6.07707	0.39	0.40	0.68	6.61	4.03
527->143	-5.71799	0.46	0.25	-5.71823	0.56	0.44	0.72	5.51	2.41
143->524	-1.93867	0.39	0.28	-1.93895	0.48	0.57	1.03	5.95	3.07
524->534	-0.54189	0.34	0.21	-0.54210	0.44	0.49	0.95	6.25	3.51
85->554	2.41022	0.32	0.15	2.41007	0.39	0.37	0.73	6.63	4.05
554->83	-1.37628	0.35	0.17	-1.37645	0.39	0.45	0.79	6.62	4.04
83->208	-3.57185	0.52	0.38	-3.57223	0.56	0.68	0.98	5.54	2.45
555->251	-0.15739	0.36	0.00	-0.15740	0.41	0.00	0.00	6.44	3.79
251->252	3.03381	0.45	-0.00	3.03381	0.55	-0.00	0.00	5.57	2.51
252->143	1.63116	0.46	0.15	1.63102	0.60	0.24	0.41	5.34	2.15
555->314	-1.33156	0.40	0.23	-1.33179	0.49	0.46	0.81	5.90	3.01
314->64716	0.57735	0.36	-0.09	0.57744	0.65	-0.15	0.33	5.13	1.80
64716->1007	0.87698	0.71	0.71	0.87627	0.72	0.99	1.19	4.89	1.39
1007->1008	-7.69693	0.62	0.55	-7.69748	0.61	0.91	1.14	5.30	2.08
1008->560	-2.95624	0.72	0.72	-2.95696	0.71	1.01	1.20	4.89	1.40
560->253	16.40854	0.46	0.14	16.40839	0.53	0.27	0.43	5.69	2.68
253->252	-2.99937	0.36	0.09	-2.99946	0.42	0.21	0.38	6.40	3.73
814->713	-25.50130	0.69	0.12	-25.50143	0.69	0.18	0.21	4.97	1.54
713->967	-3.31829	0.53	0.07	-3.31836	0.53	0.14	0.19	5.66	2.65
967->959	-4.60110	0.68	0.12	-4.60123	0.66	0.18	0.22	5.08	1.71
959->958	-0.63010	0.62	0.10	-0.63020	0.60	0.16	0.20	5.32	2.11
958->724	0.74187	0.70	0.12	0.74175	0.66	0.19	0.21	5.10	1.75
724->91227	-6.32291	0.93	0.22	-6.32314	0.87	0.26	0.26	4.43	0.57
91227->91226	-0.59628	0.32	-0.28	-0.59600	1.00	-0.28	0.90	4.13	0.00
91226->1010	-0.27269	0.66	0.98	-0.27367	0.81	1.21	1.66 *	4.60	0.88
1010->1009	5.76965	0.42	0.39	5.76926	0.43	0.91	1.43	6.27	3.55



Local X- Positioning System +/-02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:55:46

Sivu:4

H-Tasointus, korkeuserot

Pisteväli	Hav. [m]	s [mm]	v [mm]	Tas. [m]	r	e [mm]	t	SL	UL
1009->831	-3.32768	0.54	0.65	-3.32833	0.62	1.06	1.55	5.26	2.01
829->828	11.08720	0.28	0.23	11.08697	0.31	0.75	1.50	7.43	5.13
828->735	21.54635	0.62	1.18	21.54518	0.71	1.65	2.23 *	4.90	1.42
735->818	4.03910	0.32	0.32	4.03878	0.34	0.93	1.68 *	7.07	4.65
818->820	-0.28179	0.24	0.17	-0.28197	0.21	0.82	1.57	8.98	7.08
820->814	-5.52572	0.62	1.16	-5.52688	0.68	1.70	2.26 *	5.00	1.58
814->823	6.62330	0.62	1.06	6.62224	0.64	1.66	2.14 *	5.17	1.87
823->701	-8.64616	0.59	0.98	-8.64713	0.62	1.58	2.09 *	5.26	2.01
701->770	-2.92973	0.58	0.47	-2.93020	0.60	0.78	1.04	5.32	2.11
770->756	-22.89623	0.61	0.52	-22.89675	0.62	0.84	1.08	5.24	1.98
756->891	-6.39570	0.50	0.34	-6.39604	0.51	0.67	0.97	5.78	2.83
891->832602	-12.35779	0.59	0.49	-12.35828	0.67	0.73	1.01	5.06	1.69
963->962	-1.02459	0.37	0.29	-1.02488	0.41	0.70	1.20	6.46	3.82
962->961	-2.76946	0.35	0.26	-2.76972	0.40	0.66	1.17	6.57	3.97
961->960	-1.19794	0.37	0.28	-1.19821	0.41	0.67	1.18	6.45	3.80
960->758	4.46467	0.39	0.31	4.46435	0.43	0.74	1.23	6.34	3.64
758->750	-5.39730	0.54	0.60	-5.39789	0.62	0.96	1.41	5.25	2.00
750->753	-1.64539	0.57	0.31	-1.64570	0.64	0.49	0.69	5.15	1.84
753->752	-0.38351	0.39	0.14	-0.38365	0.41	0.35	0.58	6.43	3.78
752->759	5.13376	0.43	0.18	5.13358	0.49	0.36	0.59	5.90	3.00
759->760	3.36378	0.33	0.10	3.36368	0.35	0.29	0.53	6.96	4.50
760->761	-2.54633	0.34	0.11	-2.54644	0.36	0.31	0.55	6.86	4.37
761->755	-5.87979	0.50	0.24	-5.88002	0.55	0.43	0.64	5.55	2.48
755->810	-7.50450	0.55	0.30	-7.50480	0.64	0.47	0.67	5.17	1.87
701->700	-2.15309	0.68	0.62	-2.15372	0.68	0.92	1.12	5.03	1.63
926134->92611	-2.95392	0.48	0.31	-2.95423	0.47	0.66	0.94	6.04	3.21
913->6865	-30.21007	1.04	1.48	-30.21155	0.81	1.83	1.58	4.60	0.89
6865->6864	-7.92006	0.70	0.67	-7.92073	0.66	1.02	1.18	5.10	1.75
6864->6863	-3.77449	0.50	0.34	-3.77483	0.49	0.71	0.98	5.92	3.03
6863->740	4.36951	0.93	1.17	4.36834	0.80	1.46	1.41	4.61	0.90
740->832603	4.31790	0.40	0.22	4.31768	0.42	0.52	0.84	6.41	3.74
832603->963	13.36667	0.52	0.56	13.36610	0.61	0.92	1.38	5.31	2.09
750->897	-5.24612	0.46	0.23	-5.24635	0.57	0.41	0.66	5.49	2.37
897->832603	-2.19412	0.80	-0.71	-2.19341	0.84	-0.85	0.98	4.51	0.72
1002->1003	-5.70916	0.57	-0.30	-5.70886	0.62	-0.48	0.65	5.25	2.00
1003->1004	-5.40449	0.45	-0.18	-5.40431	0.45	-0.41	0.61	6.14	3.36
1004->1005	-5.32244	0.78	-0.57	-5.32187	0.73	-0.78	0.86	4.84	1.32
84005->237	-2.56797	0.43	0.03	-2.56799	0.63	0.04	0.08	5.20	1.92
237->344	-4.27379	0.48	0.03	-4.27382	0.56	0.06	0.09	5.52	2.43
344->235	5.70322	0.34	0.02	5.70320	0.33	0.05	0.08	7.17	4.79
235->1000	-4.41650	0.61	0.05	-4.41656	0.63	0.09	0.11	5.19	1.90
1000->418	18.26004	0.66	0.06	18.25998	0.64	0.10	0.12	5.15	1.84



Local X- Positioning System +/-02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:55:46  
 Sivu:5

H-Tasointus, korkeuserot

Pisteväli	Hav. [m]	s [mm]	v [mm]	Tas. [m]	r	e [mm]	t	SL	UL
418->415	-12.27733	0.58	0.05	-12.27738	0.57	0.09	0.12	5.48	2.36
415->1001	-5.31725	0.77	0.09	-5.31734	0.70	0.13	0.14	4.93	1.46
1001->1002	20.11804	0.76	0.08	20.11795	0.73	0.12	0.13	4.85	1.33
1002->322	-25.45611	0.76	-0.23	-25.45588	0.77	-0.31	0.35	4.72	1.10
560->302	-4.51978	0.57	0.24	-4.52002	0.65	0.36	0.51	5.11	1.77
92611->1011	0.25211	0.77	0.81	0.25130	0.71	1.14	1.25	4.91	1.43
1011->913	-11.14054	0.82	0.92	-11.14146	0.71	1.29	1.33	4.90	1.41
700->926134	6.30248	0.67	0.61	6.30187	0.66	0.93	1.13	5.10	1.75
832601->829	11.43629	0.68	1.22	11.43506	0.81	1.51	2.01 *	4.59	0.86
647149->1006	-21.89065	0.84	-0.00	-21.89065	0.83	-0.00	0.00	4.54	0.79
1006->742372	-15.36479	0.78	0.48	-15.36527	0.78	0.62	0.70	4.68	1.04
647149->437	-3.43576	0.45	0.05	-3.43581	0.65	0.08	0.14	5.14	1.81
437->647149	3.43586	0.45	0.05	3.43581	0.65	0.08	0.14	5.14	1.81
521->302	9.59661	0.74	-0.43	9.59704	0.76	-0.56	0.66	4.73	1.12
521->304	-0.30303	0.44	-0.26	-0.30277	0.65	-0.41	0.74	5.13	1.80
555->208	-4.44306	0.69	-0.66	-4.44240	0.72	-0.91	1.14	4.85	1.34
314->64716	0.57766	0.32	0.22	0.57744	0.55	0.39	0.92	5.56	2.50
897->832603	-2.19227	0.79	1.14	-2.19341	0.84	1.36	1.57	4.51	0.73
77->130	-0.45781	0.69	1.88	-0.45969			Hylätty		
322->130	3.15671	0.62	0.13	3.15658	0.76	0.18	0.25	4.75	1.16
130->77	0.46044	0.59	0.75	0.45969	0.68	1.10	1.55	5.02	1.61
867172->74	-1.63330	0.43	-0.05	-1.63325	0.64	-0.07	0.13	5.15	1.83
647149->1006	-21.89033	0.84	0.32	-21.89065	0.83	0.39	0.42	4.55	0.79
1006->742372	-15.36547	0.77	-0.20	-15.36527	0.77	-0.26	0.29	4.70	1.07
832601->579	0.74005	0.84	0.31	0.73974	0.86	0.37	0.40	4.46	0.64
832601->829	11.43387	0.69	-1.19	11.43506	0.82	-1.45	1.90 *	4.56	0.82

Local X- Positioning System +/-02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:56:10  
 Sivu:6

H-Tasointus, korkeuserot

### Yhteenveto

#### JÄÄNNÖSVIRHEET

A priori keskivirhe, keskim.	[mm]	0.51
A priori keskivirhe, min.	[mm]	0.19
A priori keskivirhe, max.	[mm]	1.14
Tasoitettu keskivirhe	[mm]	0.50
Arvioitu varianssikomponentti	[mm]	0.73
Suurin jäännösvirhe	[mm]	2.23

#### LUOTETTAVUUS

Keskim. paikallinen redundanssi	0.57
SL, keskimäärin	5.65
UL, keskimäärin	2.56
Kontrolloimattomien lukumäärä	0
	0.0%
Suurin standardoitu jäännösvirhe	2.75*
Karkeita virheitä (riski 0.1%)	0
	0.0%

#### LUOTETTAVUUDEN HOMOGEEENISUUS

Paikallisen redundanssin vaihtelu	RMS	0.16
	Paras	1.00
	Huonoin	0.15
Sisäisen luotettavuuden vaihtelu	RMS	0.93
	Paras	4.13
	Huonoin	10.52
Ulkoisen luotettavuuden vaihtelu	RMS	1.37
	Paras	0.00
	Huonoin	8.90



**SUHTEELLINEN TARKKUUS**

Local X- Positioning System +/-02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:56:15  
 Sivu:1

H-tasointus, suhteellinen tarkkuus

<b>Pisteväli</b>	<b>Etäisyys [m]</b>	<b>Keski- Suht. virhe tarkkuus [mm] [ppm]</b>
74-1005	1580.92772	0.31 0.2
74-1148	517.68397	0.28 0.5
74-371	1491.21543	0.32 0.2
74-867172	341.86786	0.20 0.6
77-246	384.87523	0.26 0.7
77-322	1110.97939	0.29 0.3
77-130	556.85489	0.26 0.5
83-554	240.93165	0.22 0.9
83-208	512.26907	0.27 0.5
84-438	262.68275	0.20 0.8
84-150	147.26753	0.18 1.2
84-528	295.77255	0.21 0.7
85-528	157.28484	0.19 1.2
85-290	153.41929	0.23 1.5
85-554	180.95761	0.20 1.1
90-290	264.83117	0.25 0.9
90-527	187.31125	0.23 1.2
91-150	203.84980	0.21 1.0
91-559	200.10060	0.23 1.2
96-534	285.44212	0.22 0.8
96-586	73.84962	0.17 2.3
120-599	520.09614	0.31 0.6
120-600	753.74067	0.30 0.4
130-322	698.74457	0.24 0.3
130-293	263.03568	0.23 0.9
143-527	364.14723	0.24 0.7
143-524	214.43004	0.22 1.0
143-252	208.15295	0.23 1.1
208-555	573.68548	0.29 0.5
217-301	173.18546	0.21 1.2
217-302	273.86312	0.24 0.9
235-344	182.81201	0.22 1.2
235-1000	655.96586	0.29 0.4
237-344	266.82571	0.25 0.9
246-569	553.76270	0.28 0.5
246-1005	917.39302	0.32 0.3
248-544	716.87588	0.27 0.4
248-294	350.07765	0.26 0.7

Local X- Positioning System +/02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:56:15  
 Sivu:2

H-tasointus, suhteellinen tarkkuus

Pisteväli	Etäisyys [m]	Keski- Suht.	
		virhe [mm]	tarkkuus [ppm]
249-293	758.66046	0.27	0.4
249-569	387.17750	0.26	0.7
251-555	264.88798	0.22	0.8
251-252	397.06694	0.24	0.6
252-253	255.61888	0.22	0.9
253-560	310.39716	0.25	0.8
264-525	364.57032	0.24	0.7
264-303	254.84570	0.24	1.0
272-586	130.21224	0.17	1.3
292-293	134.60958	0.21	1.6
292-295	111.72039	0.17	1.5
293-294	166.72526	0.19	1.1
301-303	431.96580	0.26	0.6
302-521	974.43342	0.29	0.3
302-560	534.44388	0.27	0.5
304-521	280.84824	0.21	0.7
304-533	604.30264	0.28	0.5
314-555	296.34340	0.23	0.8
314-64716	179.23960	0.17	0.9
322-1002	853.71351	0.29	0.3
369-647149	441.12099	0.27	0.6
369-370	567.19878	0.28	0.5
370-371	463.58323	0.29	0.6
398-399	587.19612	0.31	0.5
398-867172	1118.13570	0.32	0.3
399-602	636.88714	0.32	0.5
415-418	455.43053	0.30	0.7
415-1001	475.50639	0.33	0.7
418-1000	793.96000	0.31	0.4
437-647149	396.39639	0.21	0.5
438-439	212.71021	0.23	1.1
439-445	715.30837	0.28	0.4
444-445	430.38618	0.27	0.6
524-534	214.53453	0.20	0.9
525-534	260.52643	0.22	0.9
534-535	229.30366	0.20	0.9
535-559	105.23298	0.17	1.7
539-567	378.35488	0.24	0.6
539-553	299.09304	0.22	0.7
541-573	132.47383	0.19	1.4



Local X- Positioning System +/02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:56:15  
 Sivu:3

H-tasointu, suhteellinen tarkkuus

Pisteväli	Etäisyys [m]	Keski- Suht.	
		virhe [mm]	tarkkuus [ppm]
542-577	290.32483	0.22	0.7
542-972	237.92491	0.21	0.9
542-579	182.10096	0.19	1.1
542-565	171.08314	0.19	1.1
544-548	264.18926	0.22	0.8
544-568	158.80869	0.20	1.3
546-578	108.56995	0.17	1.5
546-831	469.10715	0.24	0.5
546-565	182.08430	0.19	1.1
548-579	237.46469	0.22	0.9
549-564	207.32262	0.21	1.0
549-563	188.06722	0.21	1.1
550-568	303.27029	0.21	0.7
550-573	130.36278	0.17	1.3
550-574	169.11918	0.20	1.2
553-563	147.10107	0.18	1.2
560-1008	873.33084	0.30	0.3
564-578	243.37358	0.21	0.9
570-574	257.40888	0.25	1.0
570-577	329.17400	0.24	0.7
579-832601	686.17617	0.25	0.4
598-742372	627.69419	0.33	0.5
598-599	723.77483	0.32	0.4
600-601	550.11362	0.28	0.5
601-602	421.07007	0.27	0.6
700-701	820.83064	0.31	0.4
700-926134	832.14049	0.31	0.4
701-823	491.51666	0.29	0.6
701-770	485.71271	0.29	0.6
713-814	865.76180	0.30	0.4
713-967	462.38234	0.29	0.6
724-958	547.51395	0.33	0.6
735-828	562.46145	0.27	0.5
735-818	173.41314	0.21	1.2
740-6863	1593.24043	0.33	0.2
740-832603	314.90195	0.24	0.8
744-810	1083.71892	0.27	0.3
744-897	304.60082	0.23	0.8
748-832601	477.21724	0.27	0.6
748-832602	812.31186	0.28	0.3

Local X- Positioning System +/-02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:56:15  
 Sivu:4

### H-tasointus, suhteellinen tarkkuus

Pisteväli	Etäisyys [m]	Keski- Suht.	
		virhe [mm]	tarkkuus [ppm]
750-758	445.01962	0.26	0.6
750-753	661.97535	0.27	0.4
750-897	328.01637	0.24	0.7
752-753	221.76302	0.24	1.1
752-759	299.71875	0.24	0.8
755-761	458.82658	0.27	0.6
755-810	479.73761	0.26	0.6
756-770	650.68696	0.30	0.5
756-891	417.54094	0.28	0.7
758-960	229.19418	0.23	1.0
759-760	198.90267	0.21	1.0
760-761	214.93457	0.21	1.0
810-832602	49.58018	0.14	2.8
814-820	421.38533	0.28	0.7
814-823	176.77387	0.30	1.7
818-820	115.86686	0.17	1.5
828-829	146.96843	0.18	1.2
829-832601	919.09172	0.23	0.3
829-830	233.32179	0.20	0.9
829-832	194.13977	0.19	1.0
830-972	181.16274	0.19	1.1
831-832	251.03386	0.23	0.9
831-1009	611.23178	0.26	0.4
891-832602	547.70820	0.27	0.5
97-1149	1397.79636	0.28	0.2
897-832603	1293.47358	0.25	0.2
913-1011	922.66410	0.35	0.4
913-6865	1873.39452	0.36	0.2
958-959	562.81379	0.31	0.6
959-967	683.63457	0.31	0.5
960-961	225.30268	0.22	1.0
961-962	206.62797	0.22	1.1
962-963	293.07839	0.23	0.8
963-832603	509.10149	0.26	0.5
1001-1002	791.84312	0.32	0.4
1002-647149	1263.83369	0.28	0.2
1002-1003	450.40308	0.28	0.6
1003-1004	423.86518	0.27	0.6



Local X- Positioning System +/02.01.23  
 Projekti : Kajaani\_korkeus ( )

X-Position OY 1998  
 30.8.2002 10:56:15  
 Sivu:5

### H-tasointu, suhteellinen tarkkuus

Pisteväli	Etäisyys [m]	Keski- Suht. virhe tarkkuus [mm] [ppm]
1006-647149	933.08382	0.28 0.3
1006-742372	1502.50471	0.29 0.2
1007-64716	970.18942	0.30 0.3
1007-1008	687.90047	0.31 0.5
1009-1010	352.34110	0.25 0.7
1011-92611	1124.54066	0.33 0.3
1148-1149	215.03577	0.22 1.0
6863-6864	456.34758	0.28 0.6
6864-6865	632.89389	0.32 0.5
92611-926134	470.21383	0.27 0.6

### Suhteellinen tarkkuus - yhteenveto

#### KESKIMÄÄRÄINEN TARKKUUS

I 0.25 mm

#### TARKKUUDEN HOMOGEENISUUS

RMS	max	min
[mm]	[mm]	[mm]
I 0.04	0.36	0.14

#### SKAALATTU TARKKUUS

k.arvo	Huonoin	Paras
[ppm]	[ppm]	[ppm]
I 0.8	2.8	0.2

Oulun Kirjansitomo  
Rautatienkatu 20 90100 Oulu  
[www.oulunkirjansitomo.fi](http://www.oulunkirjansitomo.fi)